

0

我的學習計畫表

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

學習內容		指定曲（50%）			自選曲（20%）	
		課本(10%)	講義(30%)	習作(10%)		
全範圍 週日期						
	/ - /	☐	☐	☐	☐	
	/ - /	☐	☐	☐	☐	
	/ - /	☐	☐	☐	☐	
	/ - /	☐	☐	☐	☐	
	/ - /	☐	☐	☐	☐	
我可能會遇到什麼樣的困難						
我要如何克服						
上課表現30%	上台提問 表達直播 合作參與	1	2	3	4	5
		6	7	8	9	10
		11	12	13	14	15
我要如何達成目標						

1 我的學習檢核 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

對我最有幫助的夥伴：_____ 日期：_____

學習內容	指定曲（50%）			自選曲（20%）
	課本	講義	習作	
全範圍 完成度				
已完成				
未完成				
預計完成日				
上課（30%）	目前得_____分，目標得_____分			
我的努力程度	  			
我覺得				
我想怎麼做				
自己評分		組員評分		簽名

2

我的學習檢核

班級：_____座號：_____姓名：_____

對我最有幫助的夥伴：_____日期：_____

學習內容	指定曲（50%）			自選曲（20%）
	課本	講義	習作	
全範圍 完成度				
已完成				
未完成				
預計完成日				
上課（30%）	目前得_____分，目標得_____分			
我的努力程度	  			
我覺得				
我想怎麼做				
自己評分		組員評分		簽名

3

我的學習檢核

班級：_____座號：_____姓名：_____

對我最有幫助的夥伴：_____日期：_____

學習內容	指定曲（50%）			自選曲（20%）
	課本	講義	習作	
全範圍 完成度				
已完成				
未完成				
預計完成日				
上課（30%）	目前得_____分，目標得_____分			
我的努力程度	  			
我覺得				
我想怎麼做				
自己評分		組員評分		簽名

總檢核表

班級：_____座號：_____姓名：_____

對我最有幫助的夥伴：_____日期：_____

學習內容	指定曲（50%）			自選曲（20%）
	課本	講義	習作	
全範圍 完成度				
已完成				
未完成				
得分				
上課（30%）	一共得_____分			
我的努力程度	  			
我覺得				
我想怎麼做				
我想借分			簽名	

B6-1-1 二次函數

0.複習函數與線型函數

A.【複習函數】【 P. 】

問題 1：什麼是函數？

數字工廠



洋蔥數學



1. 請看影片或課本說明函數的定義是什麼？

2. 舉例（或畫圖）說明什麼是函數？什麼不是函數？

B.【複習線型函數】【 P. 】



問題 2：什麼是線型函數？

1. 請看影片或課本說明什麼是線型函數？

2. (1) 舉一個一次函數的例子？一個常數函數的例子？

(2) 請在直角座標上畫出第 (1) 小題一次函數和常數函數的圖形

一次函數	常數函數
-------------	-------------

3. 請問你畫一個線型函數至少需要找幾個點？為什麼？

4. 整理

(1) 一次函數： _____ ()，圖形為_____

(2) 常數函數： _____ ()，圖形為_____

(3) 線型函數 _____

1.二次函數的意義

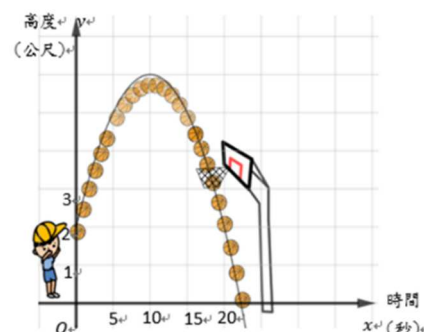
洋蔥數學



A.【觀念-認識拋物線】【 P. 】

在上體育課的時候，我們都有過投球的經驗，
我們先來討論投籃時，籃球飛行的路徑圖。

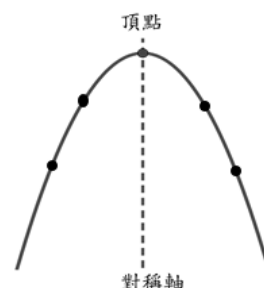
右圖為宥澂投籃的圖片



1. 請問拋球時，籃球飛行的軌跡是直線、折線還是曲線？

2. 籃球飛行的軌跡是否左右對稱？ 是的話，請在圖上畫出對稱軸。

3. 圖形是否有最高點，也就是從哪一點開始向下飛落？請寫出座標。



我們發現

拋球時，籃球在空中所經過的軌跡是_____，我們稱為_____

拋球時，剛開始球會向上越來越高，到達一個最高的高度（____，____），接著向下掉落，
當以最高的高度為頂點對摺時，左右兩邊的軌跡會對稱，故拋物線是_____

B.【觀念-二次函數的意義】【 P. 】

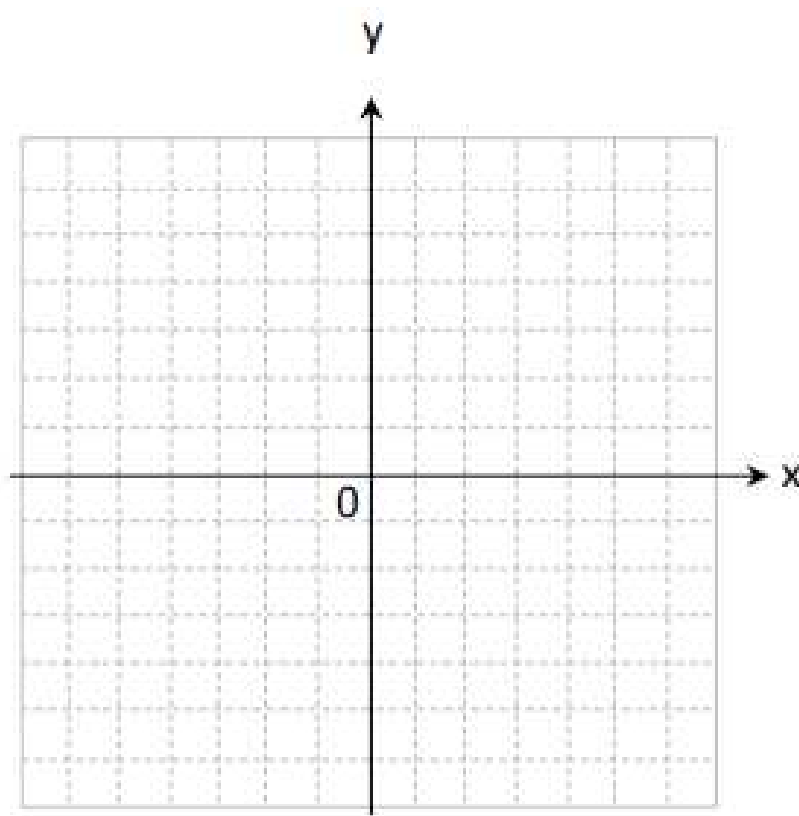
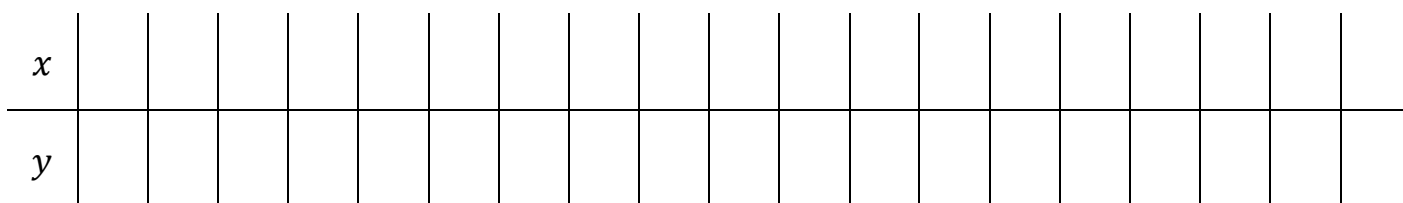


問題 1:什麼是二次函數？

問題 2:二次函數的圖形為何?

[想想看]當自變數 x 的最高次方為二次方時，也就是二次函數，你認為它的圖形會是甚麼樣子呢？

1. 請在直角座標上畫 $y=x^2$ 的圖形



GGB 操作

(1) 如果把圖形沿著 Y 軸左右對摺，圖形會_____，這是_____圖形。

Y 軸是_____。有一點恰好在對稱軸上，這一點有沒有什麼特別的地方？

(2) 請問你覺得畫這個圖形，至少要找幾個點呢？為什麼？

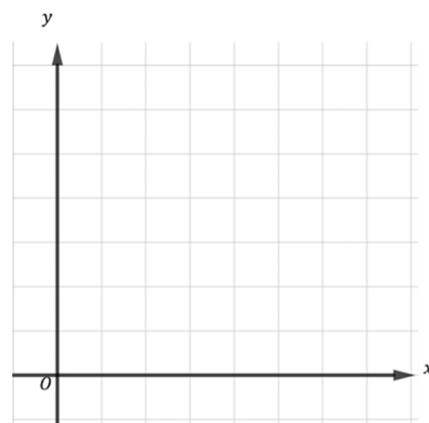


2. 利用描點的方式在下面的直角坐標平面上畫出 $y = -x^2 + 4x + 2$ 函數圖形

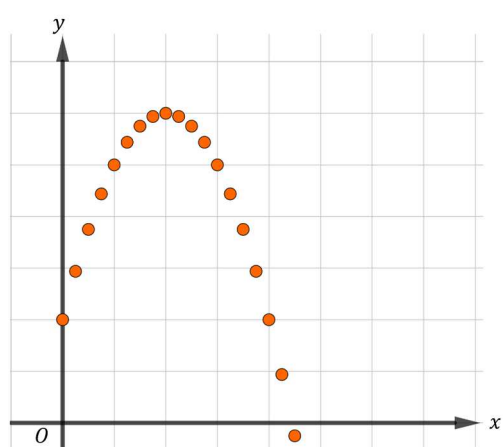
(1) 請完成下列未完成的表格

(2) 請將表格上的數對 (x, y) 所對應的點描在右圖坐標平面上

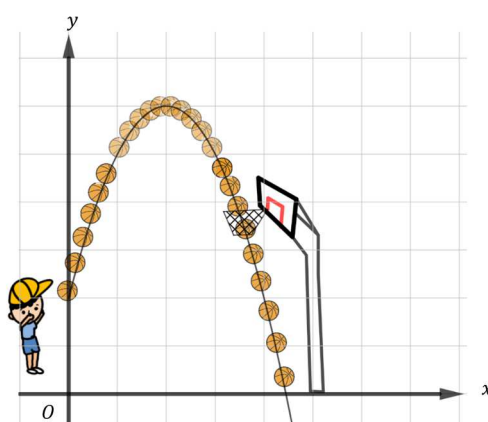
x	0	1	2	3	4
y					



(3) 似乎還看不出來圖形，因此我們再取更多更密集的點！



是不是就跟投籃的軌跡一樣呢？



結論：二次函數的圖形是_____線。而最高(低)點稱為頂點

【例題 1】下列各個函數哪些是常數函數？一次函數？二次函數？

(A) $y = x^2$

(B) $y = 2x$

(C) $y = x^2 + 1$

(D) $y = (x + 1)^2$

(E) $y = 2x + 2^2$

(F) $y = 2$

(G) $y = -x^2 + 3x$

(H) $y = 2^2$

(I) $y = x^2 + 5x - x^2 +$



(1) 二次函數: _____

(2) 常數函數: _____

(3) 一次函數: _____

【概念達標】二次函數的意義

請完成課本 P7 隨堂練習

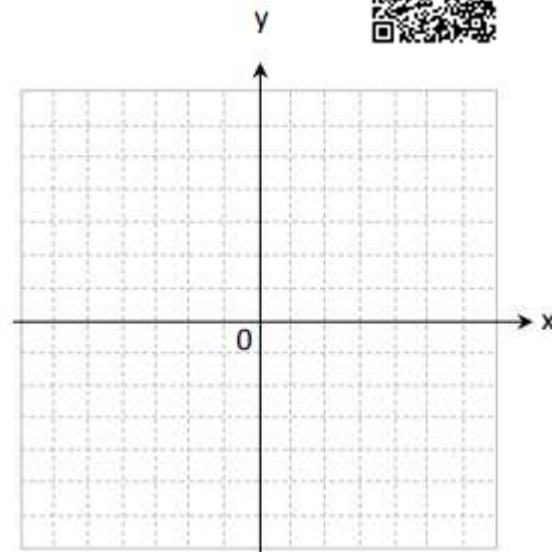


2 . 單項型的二次函數圖形

【例題 2】繪製 $y=2x^2$ 的圖形

(1)請完成下列未完成的表格，並畫出圖形

x	-2	-1	0	1	2
y					



(2) 二次函數 $y=2x^2$ 是頂點在(____, ____)的拋物線

(3) 對稱軸為_____

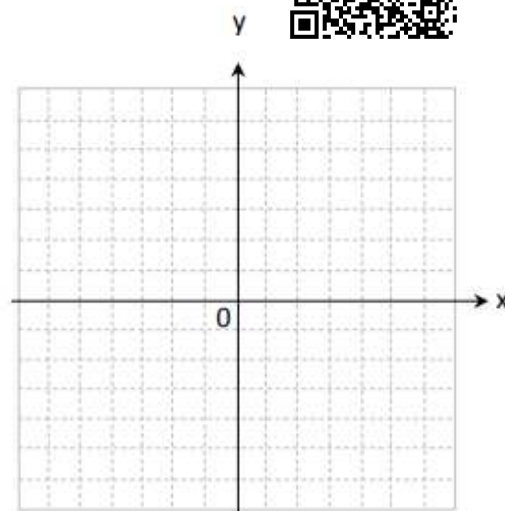
(4) 開口向_____, 此圖形有 ☐最高點 ☐ 最低點

(5) (3, 18)的對稱點是_____

【例題 3】繪製 $y=-0.5x^2$ 的圖形

(1)請完成下列未完成的表格，並畫出圖形

x	-2	-1	0	1	2
y					



(2)二次函數 $y=-0.5x^2$ 的頂點為(____, ____)

(3) 對稱軸為_____

(4) 開口向_____, (0, 0)為圖形的 ☐最高點 ☐ 最低點

(5) (-4 , -8) 的對稱點是_____

[想想看]兩個對稱點的座標有什麼關係？

【概念達標】單項型的二次函數圖形

請完成課本 P13 和 P15 隨堂練習

問題 3：你能不能很快找到二次函數的頂點呢？要畫一個二次函數至少要找幾個點？

(1) 畫 $y = 2x^2 + 1$ 的圖形	(2) 畫 $y = 2(x - 3)^2$ 的圖形
最高（低）點： 對稱軸：	最高（低）點： 對稱軸：
(3) 畫 $y = 2(x + 1)^2 + 1$ 的圖形	(4) 畫 $y = (x - 1)^2 - 5$ 的圖形
最高（低）點： 對稱軸：	最高（低）點： 對稱軸：

3.二次函數的開口方向與大小

A.【觀念-二次函數 $y = ax^2$ 圖形表徵】【 P. 】

1. 將 $y = x^2$ 、 $y = 2x^2$ 、 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的圖形，畫在同一個座標平面

2. 將 $y = -x^2$ 、 $y = -2x^2$ 、 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的圖形，畫在同一個座標平面

3. 你發現了什麼？如果把 1、2 題中的 6 個圖形全部畫在一起…？

問題 1:二次函數的開口方向與函數的係數 a 有什麼關係呢？

請掃描右圖 qrcode，並移動係數 a 觀察圖形變化

想想看當二次函數為「 $y = ax^2$ 」的形式時，它們的函數圖形會有什麼特性呢？



GGB

(1) a 的正負與二次函數的開口方向有什麼關係？

洋蔥數學



(2) 當 $a=0$ 的時候，圖形有什麼變化？

問題 2:二次函數的開口大小與「 $y = ax^2$ 」的係數 a 有什麼關係呢？

(1) 博允說：當 a 的數字越大時，二次函數的圖形開口越大

承育說：當 a 的數字越大時，二次函數的圖形開口越小

柏勛說：博允和承育都說錯了

請你掃描旁邊的 qrcode，你覺得誰說得對呢？為什麼？



掃描上圖 qrcode 觀察

(2) 當 a 互為相反數時，即 $a=1$ 和 -1 時， $a=2$ 和 -2 時，兩個圖形的開口大小是否相同呢？

為什麼？

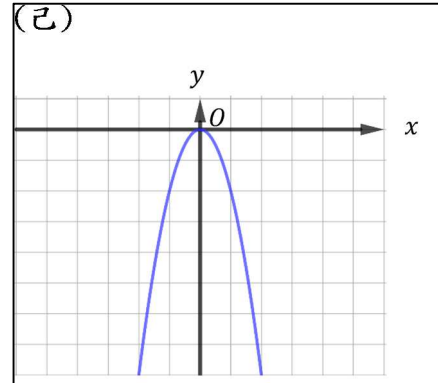
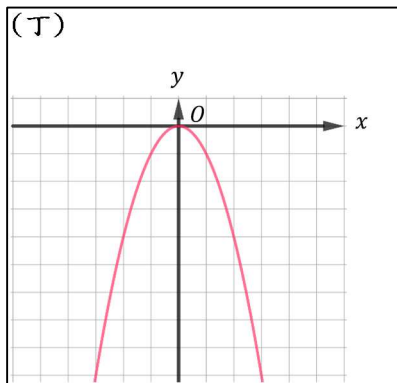
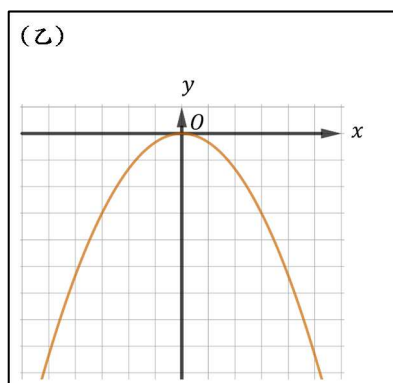
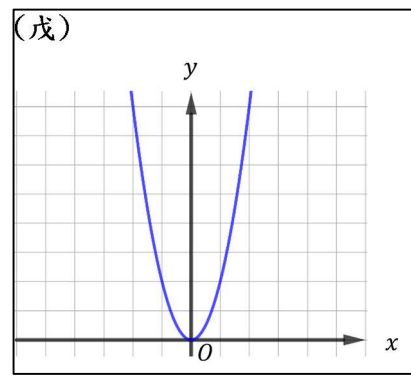
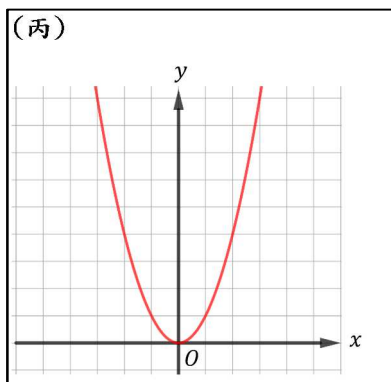
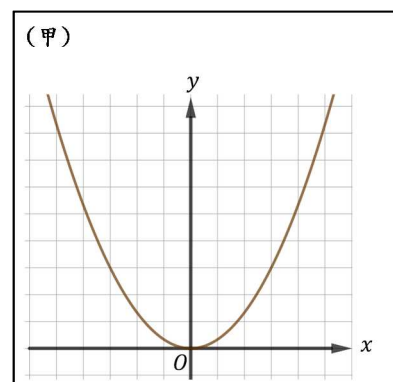
結論：二次函數 $y = ax^2$

(1) $a > 0$ ，則_____， $a < 0$ ，則_____， $a = 0$ ，則_____

(2) 二次函數的開口大小如何判斷？

B.【觀念-二次函數 $y = ax^2$ 與 $y = -ax^2$ 圖形的對稱性】

下圖有 6 個二次函數圖形，請觀察係數及描點與其對應的函數圖形做配對(填代號)
說說看你是怎麼判斷？



$y = ax^2$	$y = -2x^2$	$y = -x^2$	$y = -\frac{1}{3}x^2$	$y = \frac{1}{3}x^2$	$y = x^2$	$y = 2x^2$
圖形配對						

【概念達標】二次函數的開口方向與大小 請完成課本 P18 隨堂練習

4. 二次函數的垂直平移



洋葱數學



A. 【觀念-二次函數 $y = ax^2$ 垂直平移】【 P. 】

1. 將 $y = x^2$ 、 $y = x^2 + 2$ 、 $y = x^2 - 2$ ，畫在同一個座標平面上

$$y = x^2$$

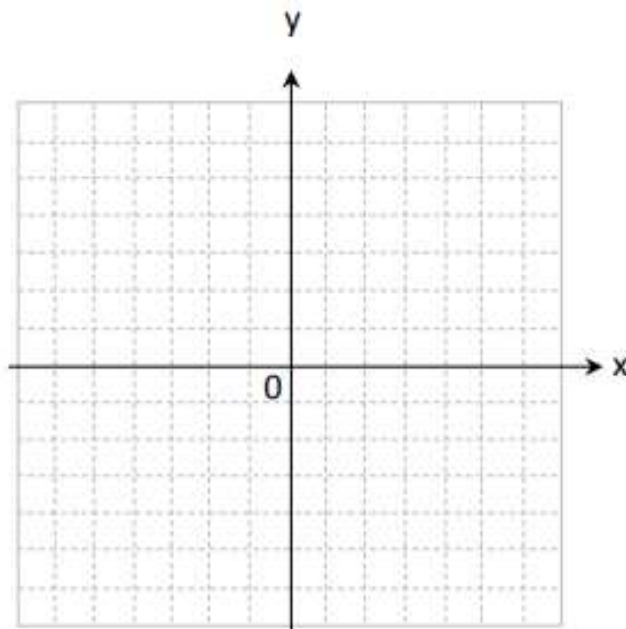
x	-2	-1	0	1	2
y					

$$y = x^2 + 2$$

x	-2	-1	0	1	2
y					

$$y = x^2 - 2$$

x	-2	-1	0	1	2
y					



2. 請觀察這三個圖形的頂點，你發現了什麼？

3. 當 $x=1$ 的時候，這三個圖形的 y 座標有什麼不同？你發現了什麼？

4. 多觀察幾個點，並與同學討論。寫下你的結論

整理：二次函數 $y = ax^2 + k (a \neq 0)$ 的圖像

1. 函數中的常數 k 影響的是圖形_____的平移

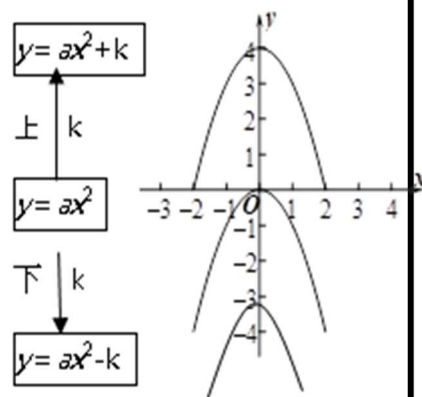
$y = ax^2 + k$ 的圖形的點是 $y = ax^2$ 的圖形經鉛直線移動 k 單位長

(1) 當 $k > 0$ ，圖形向_____移動

(2) 當 $k < 0$ ，圖形向_____移動

2. 平移時，開口大小及方向(有/沒有)改變，對稱軸(有/沒有)改變

3. 頂點會隨著上下平移而改變座標 $(0, 0) \Rightarrow (0, k)$



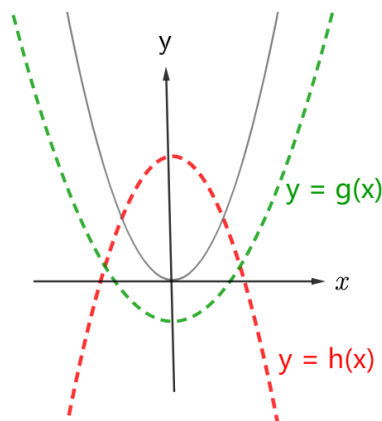
【例題 4】 $y = ax^2 + k$ 圖形配對

右圖實線為 $y = ax^2$ 圖形

請從下列選項選出最合適的配對

(1) $y = g(x)$: _____

(2) $y = h(x)$: _____



(A) $y = 0.5x^2 + 3$ (B) $y = -x^2 + 3$ (C) $y = 0.5x^2 - 1$ (D) $y = -x^2 - 1$

【例題 5】二次函數的鉛直移動

(1) 若將 $y = 2x^2$ 的圖形下移 3 格，所得到的新圖形為_____

其開口向_____，頂點為_____，對稱軸方程式為_____

(2) 若將 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的圖形上移 2 格，所得到的新圖形為_____

其開口向_____，頂點為_____，對稱軸方程式為_____

(3) 若將 $y = ax^2 + k$ 的圖形可看成是 $y = ax^2$ 的圖形經鉛直線移動 k 單位而成

當 $k > 0$ ，圖形向_____移動，當 $k < 0$ ，圖形向_____移動

(4) 將拋物線 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$ 向下平移 5 個單位，新圖形的頂點座標是 ()。



【概念達標】二次函數 $y = ax^2$ 垂直平移 請完成課本 P20、P21、P24 隨堂練習

5. 二次函數的水平平移



【觀念-二次函數 $y = ax^2$ 水平平移】【P. 】

1. 將 $y = 2x^2$ 、 $y = 2(x-1)^2$ 、 $y = 2(x+1)^2$ ，畫在同一個座標平面上

$$y = 2x^2$$

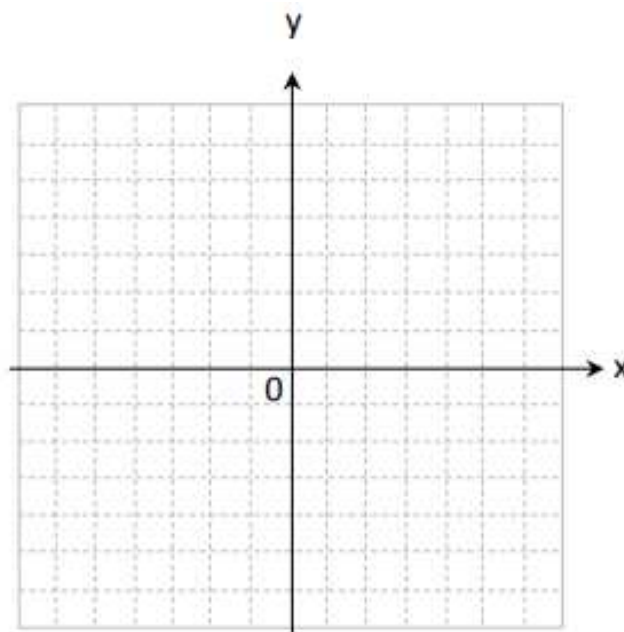
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

$$y = 2(x-1)^2$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

$$y = 2(x+1)^2$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



2. 請觀察這三個圖形的頂點，你發現了什麼？

3. 當 $x=1$ 的時候，這三個圖形的 y 座標有什麼不同？你發現了什麼？

4. 多觀察幾個點，並與同學討論。寫下你的結論

結論：二次函數 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的圖像左右平移 h 個單位時

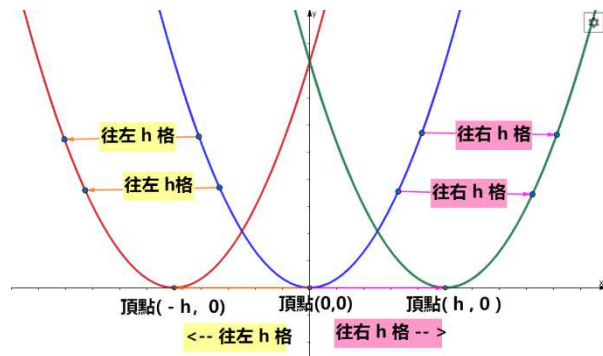
1. 函數中的常數 h 影響的是圖形_____的平移

(1) 把 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的圖像向右平移 h 個單位，

$$y = a(x + h)^2 \quad \leftarrow \quad y = ax^2 \quad \rightarrow \quad y = a(x - h)^2$$

新圖像所對應的關係式為：_____。

頂點座標為(____, ____)，對稱軸_____



(2) 把 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的圖像向左平移 h 個單位，

新圖像所對應的關係式為：_____。

頂點座標為(____, ____)，對稱軸_____

【例題 6】 $y = a(x - h)^2$ 圖形配對

右圖實線為 $y = ax^2$ 圖形請從下列選項選出最合適的配對

(1) $y = g(x)$: _____

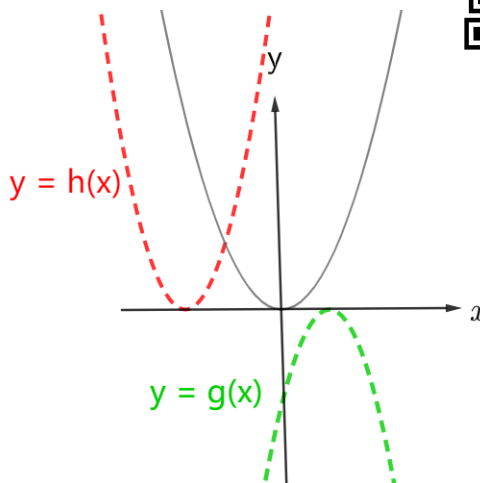
(2) $y = h(x)$: _____

(A) $y = 2(x - 2)^2$ (B) $y = -2(x - 2)^2$

(C) $y = 2(x + 2)^2$ (D) $y = -2(x + 2)^2$

(E) $y = 2(x - 1)^2$ (F) $y = -2(x - 1)^2$

(G) $y = 2(x + 1)^2$ (D) $y = -2(x + 1)^2$



筆記：圖形向 右 移 h ，_____，開口方向、大小_____

圖形向 左 移 h ，_____，開口方向、大小_____

【例題 7】二次函數的水平移動



(1) 若將 $y = 2x^2$ 的圖形左移 3 格，所得到的新圖形為_____

其開口向_____，頂點為_____，對稱軸方程式為_____

(2) 若將 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的圖形右移 2 格，所得到的新圖形為_____

其開口向_____，頂點為_____，對稱軸方程式為_____

(3) 若將 $y = a(x - h)^2$ 的圖形可看成是 $y = ax^2$ 的圖形經水平線移動 h 單位而成

當 $h > 0$ ，圖形向_____移動

當 $h < 0$ ，圖形向_____移動

[想一想] 上題(2)中如果再向右平移 3 個單位所得到的新圖形為_____

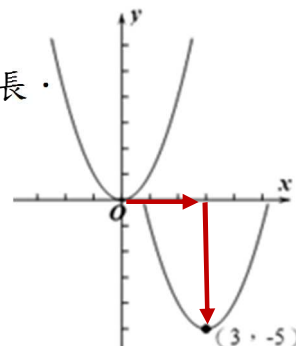
【概念達標】描繪二次函數 $y = a(x - h)^2$

請完成課本 P26、P28、P31 隨堂練習



6. 二次函数的顶点式

問題 1: 如右圖，將二次函数 $y=x^2$ 的图像任意平移，使得顶点平移到 $(3, -5)$ ，那麼這個二次函数图像平移的方法是



1. 先向_____平移_____个单位长，再向_____平移_____个单位长。

2. 平移过程中，开口大小和方向是否改变？

⇒ 表示函数图形的开口方向、大小与_____相同。

3. 写出平移后的关系式：_____。

4. 对称轴是_____。

5. 请你完成下面的表格：

二次函数	开口方向	顶点坐标	对称轴	如何平移
$y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 7$				由 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 图像向_____平移_____个单位， 再向_____平移_____个单位
$y = -(x+2)^2 + 1$				由 $y = -x^2$ 图像向_____平移_____个单位， 再向_____平移_____个单位
$y = -3(2-x)^2 - 4$				由 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 图像向_____平移_____个单位， 再向_____平移_____个单位

整理：二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 顶点坐标(_____, _____)

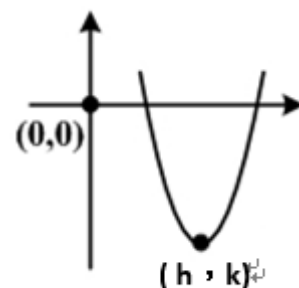
1. $y=a(x-h)^2+k$ 可以从 $y=ax^2$

先向_____平移_____个单位长，再向_____平移_____个单位而得到

2. $y=a(x-h)^2+k$ 和 $y=ax^2$ 的开口大小和方向(相同 / 不相同)

3. $y=a(x-h)^2+k$ 的对称轴会跟著顶点而左右移，所以对称轴是_____

4. $y=a(x-h)^2+k$ 是否可以從 $y=-ax^2$ 平移得到？_____為什麼？_____



【例題 8】 $y = a(x - h)^2 + k$ 圖形配對

右圖實線為 $y = ax^2$ 圖形請從下列選項選出最合適的配對

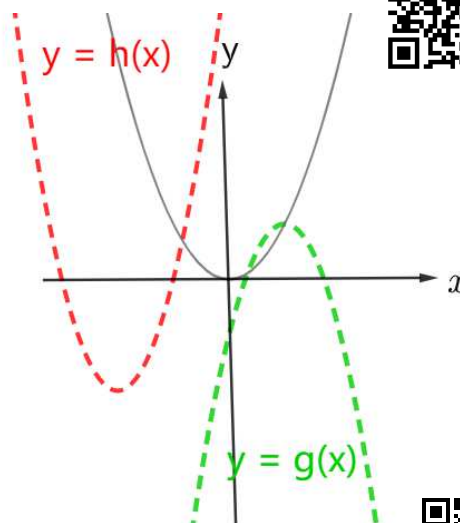
(1) $y = g(x)$: _____

(2) $y = h(x)$: _____

(A) $y = 2(x - 1)^2 + 1$ (B) $y = -2(x - 1)^2 + 1$

(C) $y = -2(x + 1)^2 + 1$ (D) $y = 2(x + 2)^2 - 2$

(E) $y = 2(x + 2)^2 + 2$ (F) $y = 2(x - 2)^2 + 2$



【例題 9】二次函數的平移

1. 將二次函數 $y = 2x^2$ 的函數圖形，向左平移 2 單位，再向下移 3 單位，

(1) 新圖形為 _____

(2) 開口向 _____，頂點 _____，對稱軸方程式 _____

2. 將二次函數 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的函數圖形，向上平移 2 單位，再向右移 1 單位，

(1) 新圖形為 _____

(2) 開口向 _____，頂點 _____，對稱軸方程式 _____



【概念達標】描繪二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$

請完成課本 P33 隨堂練習

【例題 10】由圖形找方程式

有一個二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 的頂點是 $(-2, -1)$ 而且通過 $(0, 3)$ ，
求此二次函數的方程式



【例題 11】由圖形找方程式

已知二次函數的圖形經過平移後會與將 $y = 3x^2 + 2$ 的圖形疊合，其對稱軸為 $x = 2$ ，又通過點 $(3,0)$ 。求此二次函數。



【例題 12】二次函數的對稱軸

找出以下二次函數的對稱軸

- (1) 一個二次函數通過 $(3, 2)$ 及 $(1, 2)$ ，則此二次函數的對稱軸為_____
- (2) 一個二次函數與 x 軸交於 $(-2, 0)$ 、 $(4, 0)$ 則此二次函數的對稱軸為_____



【例題 13】二次函數的特性

判斷關於以下二次函數的描述是否正確

- (1) _____ 二次函數 $y = x^2$ 的圖形，透過平移可得到 $y = 2x^2 + 3$ 的圖形
- (2) _____ 當 $a > 0$ 時，二次函數 $y = ax^2 + 3$ ，有最低點
- (3) _____ 若二次函數 $y = ax^2 + k$ 的圖形通過 $(-3, 1)$ ，則也通過 $(3, 1)$
- (4) _____ 一個二次函數一定與 x 軸相交



【概念達標】描繪二次函數的應用

請完成課本 P35、P36、P37 隨堂練習

【後測檢核】二次函數的圖形 ☐通過 ☐不通過

請完成課本自我評量及習作 1-1



B6-1-2 二次函數的最大（小）值

1. 配方法：二次項係數為 1

問題 1：請問二次函數 $y = x^2 - 2x + 2$ 的頂點座標？

(1) 請問 $y = (x - 1)^2 + 1$ 的頂點座標？

(2) 請將 $y = (x - 1)^2 + 1$ 展開後，你發現了什麼？

(3) 說說看如何把 $x^2 - 2x + 2$ 變成 $(x - 1)^2 + 1$ ？

我們發現

$y = (x - 1)^2 + 1$ 展開後是 $y = x^2 - 2x + 2$ ，因此 $y = x^2 - 2x + 2$ 也是相同圖形，所以在繪製 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的圖形前，我們先調整為 $y = (x - h)^2 + k$ 的形式就可以快速找到頂點畫出圖形。

結論：像 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的形式，稱為一般式

像 $y = a(x - h)^2 + k$ ($a \neq 0$) 的形式，稱為頂點式，

藉由將一般式化成頂點式，常用的方法就是_____

【複習：配方法】

$$13^2 = \underline{\quad\quad} x \underline{\quad\quad}$$

1 3

$$x) \quad 1 \quad 3$$

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

(1) 平方乘開

$$(x-3)^2 = \underline{\quad\quad} x \underline{\quad\quad}$$

x -3

$$x) \quad x \quad -3$$

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

(2) 配成平方

$$x^2 - 6x + \underline{\quad\quad} = (\quad\quad)^2$$

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

$$x) \quad \square \quad \square$$

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 \quad -6x \quad \square \\ \hline \end{array}$$

一半的平方

(3) 寫成頂點式 $y = x^2 + 8x = (\quad\quad)^2 \underline{\quad\quad}$

$$x) \quad \begin{array}{r} \square \quad \square \\ \square \quad \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

$$x^2 + 8x$$

$$\square$$

$$y = x^2 + 8x + 0 \quad \text{加 } \square \text{ 就要減 } \square$$

$$y = (x^2 + 8x + \square) - \square$$

$$y = (x \square)^2 - \square$$

【例題 1】利用配方法將 $y = x^2 - 2x + 2$ 化成頂點式

$$y = x^2 - 2x$$

$$y = (x^2 - 2x \quad) \quad + 2 \quad (\text{步驟 1: 常數 2 會影響配方法，先括號隔開})$$

$$y = (x^2 - 2x + \underline{\quad\quad}) \quad + 2 - \underline{\quad\quad} \quad (\text{步驟 2: 配成平方，常數拿出 1 就要減 1，維持等號平衡})$$

$$y = (x \underline{\quad\quad})^2 \underline{\quad\quad} \quad (\text{步驟 3: 作整理，寫成頂點式})$$



【例題 2】找出配方法後的二次函數

將二次函數 $y = x^2 - 6x + 5$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式，並求此圖形的開口方向、頂點及對稱軸。

答： $y = (x - 3)^2 - 4$ ，開口方向向上、頂點 $(3, -4)$ 、對稱軸 $x = 3$ 。

【例題 3】配方法判斷頂點的位置

判斷以下二次函數頂點的象限



(1) $y = x^2 + 4x + 5$ 的頂點在第_____象限

(2) $y = x^2 - 4x + 5$ 的頂點在第_____象限

(3) $y = x^2 + 4x - 5$ 的頂點在第_____象限

(4) $y = x^2 - 4x - 5$ 的頂點在第_____象限

比較：

(1) $y = x^2 - 2x + 2$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式 (2) 利用配方法解 $x^2 - 2x + 2 = 0$

【概念達標】配方法：二次項係數為 1 請完成課本 P43 隨堂練習

2. 配方法：一般式



【例題 4】配方法繪製 $y = 2x^2 - 8x + 5$ 的圖形

【例題 5】找出配方法後的二次函數

將二次函數 $y = 3x^2 - 6x + 10$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式，並且求此圖形的開口方向、頂點及對稱軸。

答： $y = 3(x - 1)^2 + 7$ ，開口方向向下、頂點 $(1, 7)$ 、對稱軸 $x = 1$ 。

【例題 6】找出配方法後的二次函數

將二次函數 $y = -x^2 - 6x - 9$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式，並畫出函數圖形，且求此圖形的開口方向、頂點及對稱軸。

答： $y = -(x + 3)^2$ ，開口方向向下、頂點 $(-3, 0)$ 、對稱軸 $x = -3$ 。

【例題 7】【基測 093v2#23】

() 下列哪一個二次函數，其圖形和 $y = 4x^2 - 8x$ 的圖形有相同的頂點？



(A) $y = 2x^2 - 4x$ (B) $y = -2(x + 1)^2$ (C) $y = 2(x + 1)^2 + 4$ (D) $y = -2(x - 1)^2 - 4$

[想一想] 二次函數 $y = 4x^2 - 8$ 的頂點座標_____

【概念達標】配方法繪製二次函數圖形:首項係數為 1

請完成課本 P45 隨堂練習

3.二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 的最大(小)值



A.【觀念-二次函數的最大(小)值】【P. 】

問題：什麼是二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 的最大(小)值與增減性

在函數圖形上的點，其 y 坐標就是 x 坐標所對應的函數值，

例如「(2,4) 在函數圖形 $y = x^2$ 上」

⇒表示「當 $x = 2$ 時，對應的函數值 $y = 4$ 」。

1. 二次函數的最大(小)值

(1) $a > 0$ 開口向_____，頂點(0,0)為最(高/低)點

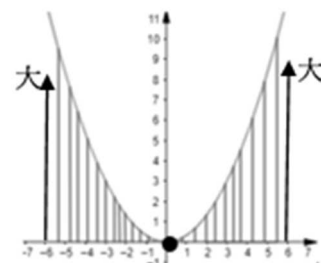
也就是 $y = x^2$ 上的點都不會比(0,0)還要低

⇒即當 $x=0$ 時，有最_____(小/大)，此時 y 值是_____

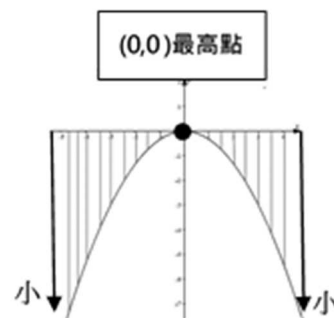
(2) $a < 0$ 開口向_____，頂點(0,0)為最(高/低)點

也就是 $y = -x^2$ 上的點都不會比(0,0)還要高

⇒即當 $x=0$ 時，有最_____(小/大)，此時 y 值是_____



(0,0)最低點



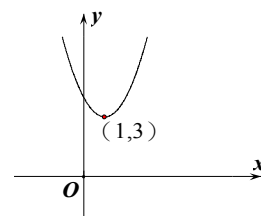
(0,0)最高點

2. 二次函數的最大(小)值指的是_____ (x/y) 的最大(小)值

3. (1) 二次函數 $y = \frac{1}{2}x^2$ ，該函數有最_____ (大/小) 值為_____。

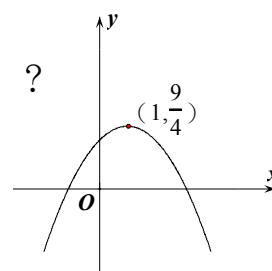
(2) 如右圖所示，圖中所示函數的最大(小)值是()？

(A)最大值1 (B)最小值1 (C)最大值3 (D)最小值3



(3) 如右圖所示，圖中所示函數的最大(小)值是()？

(A)最大值1 (B)最小值1 (C)最大值 $\frac{9}{4}$ (D)最小值 $\frac{9}{4}$



2.y; 3.(1)小、0 (2)(D) ; (3)(C)

B.【觀念-二次函數的增減性】【 P. 】

1. 二次函數的增減性

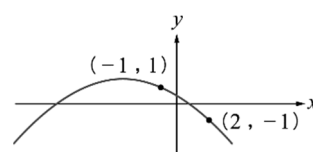
(1) $a > 0$ 當 $y = a(x - h)^2 + k$ 上的點離頂點越遠時，則 y 值會越來越(小/大)

(2) $a < 0$ 當 $y = a(x - h)^2 + k$ 上的點離頂點越遠時，則 y 值會越來越(小/大)

2. 如圖為坐標平面上二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形，且此圖形通過 $(-1, 1)$ 、 $(2, -1)$ 兩點。下列關於此二次函數的敘述，何者正確？[100 年]

(A) y 的最大值小於 0

(B) 當 $x = 0$ 時， y 的值大於 1



(C) 當 $x = 1$ 時， y 的值大於 1 (D) 當 $x = 3$ 時， y 的值小於 0。

2. (D)

總結：當二次函數開口_____時，頂點為最(低/高)點，函數有最(小/大)值；

當二次函數開口_____時，頂點為最(低/高)點，函數有最(小/大)值。

【例題 8】由式子來判斷最大值或最小值

判斷下列二次函數有最大值或最小值，應求出其值

(1) $y = 2(x - 1)^2 + 2$ 有最_____值，其值為_____

(2) $y = -3(x - 2)^2 + 5$ 有最_____值，其值為_____

(3) $y = -2(x - 3)^2 + 6$ 有最_____值，其值為_____

【例題 9】配方法後判斷最大值或最小值

利用配方法將下列二次函數化為 $y = (x - h)^2 + k$ 的形式，並判斷二次函數的最大（小）值

(1) $y = x^2 + 4x + 5 =$ _____

在 $x =$ _____時，函數有最_____（大/小）值_____

(2) $y = -x^2 - 2x =$ _____

在 $x =$ _____時，函數有最_____（大/小）值_____



【例題 10】配方法後判斷最大值或最小值

利用配方法將下列二次函數化為 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式，並判斷二次函數的最大（小）值

(1) $y = 3x^2 + 6x + 10 =$ _____

在 $x =$ _____時，函數有最_____（大/小）值_____



(2) $y = -4x^2 + 16x + 30 =$ _____

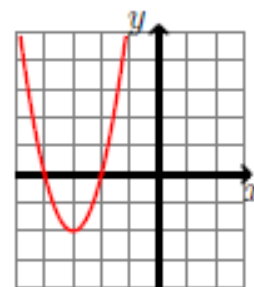
在 $x =$ _____時，函數有最_____（大/小）值_____

【例題 11】由圖形來判斷最大值或最小值

附圖為二次函數 $y = 2x^2 + 12x + 16$ 的圖形（其中每個方格為 1 單位長）

從圖形中可看出 $x =$ _____時，函數有最小值_____

此二次函數也可以寫成 $y = 2(x + \text{_____})^2 + \text{_____}$



【例題 12】已知式子的最小值求係數

已知 a 、 b 為常數，若 $y = a(x - 3)^2 + b$ 有最小值 2，則

(1) a _____ 0（填入 $>$ ， $=$ ， $<$ ）

(2) $b =$ _____



【概念達標】二次函數的極值請完成課本 P48、P49 隨堂練習，自我評量 P56 第 2 題

4.二次函數與兩軸交點

1. 二次函數與 y 軸的交點

(1) $y = x^2 + 4x - 9$	(2) $y = -(x - 4)^2 + 5$
與 y 軸的交點 C→	與 y 軸的交點 C→
圖形	圖形
頂點 A 對稱軸	頂點 A 對稱軸
與 y 軸的交點的對稱點 B	與 y 軸的交點的對稱點 B
$\triangle ABC$ 的面積	$\triangle ABC$ 的面積

★想一想： $y = ax^2 + bx + c$ () 與 y 軸的交點

2. 二次函數與 x 軸的交點

(1) $y = x^2 + 5x - 6$	(2) $y = -2x^2 + 4x + 3$
與 y 軸的交點 C (,) 與 x 軸的交點→	與 y 軸的交點 C (,) 與 x 軸的交點→
P (,) 和 Q (,)	P (,) 和 Q (,)
圖形	圖形
頂點 A	頂點 A
$\triangle CPQ$ 的面積	$\triangle CPQ$ 的面積
$\triangle APQ$ 的面積	$\triangle APQ$ 的面積

★想一想：二次函數與 X 軸的交點為 $(-1, 0)$ 和 $(3, 0)$ ，如何假設？頂點？

3. 二次函數與兩軸的交點個數

二次函數	與 y 軸的交點個數	與 x 軸的交點個數	圖形
$y = x^2 + x + 1$			
$y = -3x^2 + 2x + 1$			
$y = x^2 - 6x + 9$			
$y = -6x^2$			
$y = 2(x + 7)^2 + 11$			
$y = -3(2x - 9)^2 + 4$			

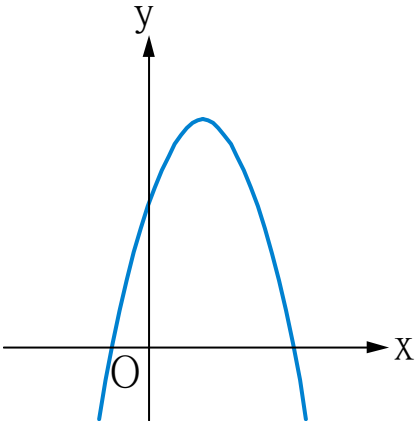
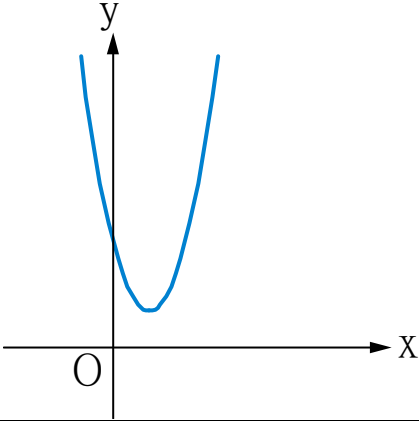
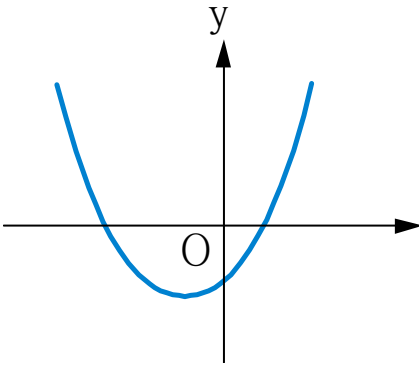
★想一想： $y = ax^2 + bx + c$ 與兩軸的交點個數

	2 個 ()		1 個 ()		0 個 ()	
與 X 軸交點						
與 Y 軸交點						

4. 二次函數與常數函數的交點

$y = x^2 + 2x - 3$ 與 y 軸交點	$y = x^2 + 2x - 3$ 與 x 軸交點
$y = x^2 + 2x - 3$ 與直線 $y = 5$ 交點 A (,) 和 B (,) $\overline{AB} = ?$	$y = x^2 + 2x - 3$ 與直線 $y = -1$ 交點 P (,) 和 Q (,) $\overline{PQ} = ?$
$y = x^2 + 2x - 3$ 與直線 $y = k$, 依兩圖形的交點個數, 求 k 的範圍? (1) 交於一點 (2) 交於兩點 (3) 沒有交點	

5. 二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形與係數的關係

	(1) a ____ 0 (2) c ____ 0 (3) $b^2 - 4ac$ ____ 0
	(1) a ____ 0 (2) c ____ 0 (3) $b^2 - 4ac$ ____ 0
	(1) a ____ 0 (2) c ____ 0 (3) $b^2 - 4ac$ ____ 0

★ 等你來挑戰：

1. 是否有辦法判斷 b 的正負？
2. 二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的頂點座標？

【概念達標】二次函數與兩軸的交點個數與坐標

請完成課本 1-2 與習作 1-2

【後測檢核】二次函數的最大與最小值 ☐ 通過 ☐ 不通過



B6-1-3 二次函數的應用

0.解題策略

A.麻雀圖-分析與拆解

B.如何假設與列式

1.數值問題

【例題 1】兩數的和為 20，求兩數的乘積最大值



【例題 2】兩數之差為 20，求兩數的乘積最小值



【概念達標】二次函數應用-數值問題

請完成課本 P58 隨堂練習，自我評量 P64 第 1 題

2.面積問題

【例題 3】長度 24 公尺籬笆。圍出最大長方形面積

利用長度 24 公尺的籬笆圍城長方形花園，該如何圍才能使長方形有最大面積？



四邊都要圍，所以 $2 \text{ 長} + 2 \text{ 寬} = 24$

【例題 4】長度 40 公尺籬笆。圍 Γ 字型

如圖所示，利用 40 公尺的籬笆在牆邊圍出一個長方形菜園，牆邊不圍圍籬，則所能圍出的長方形最大面積為_____平方公分



只圍三邊，所以 $1 \text{ 長} + 2 \text{ 寬} = 40$

【概念達標】二次函數應用-面積問題

請完成課本 P59 隨堂練習，自我評量 P64 第 2 題

3.定價與銷售量



【例題 5】橘子數產量問題

橘子園種了 50 棵橘子樹，每棵橘子樹年產 1200 個橘子，
若每多種一棵橘子樹，每棵橘子樹的年產量會減少 20 個橘子，
應多種_____棵橘子樹才能使橘子有最大的年產量，此時年產量為_____個橘子

- (A) 假設增加_____棵橘子樹，此時橘子有_____個
- (B) 產量 y 與 x 的關係式為 $y =$ _____

棵	個

【例題 6】環保筷銷售問題



根據調查，一雙環保筷定價 100 元能賣出 80 雙，
如果定價每減少 10 元，會增加 20 雙的銷售量。
例如：降為 90 元能賣出 100 雙
降為 80 元能賣出 120 雙
請問能否透過降價使得總收入為 10000 元?_____

- (A) 假設環保筷降為_____元，此時賣出_____雙
- (B) 收入 y 與 x 的關係式為 $y =$ _____

價格	銷售量(雙)

【概念達標】二次函數應用-定價與銷售量

請完成課本 P60 隨堂練習

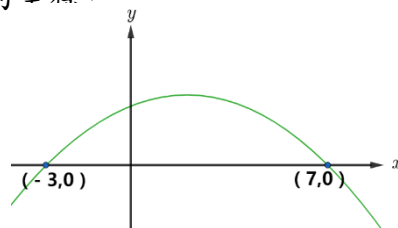
4.拋體運動



【例題 7】足球從(7,0)至(-3,0)軌跡最高點

_____足球賽中，選手從(7,0)處踢出一球，球最後落在(-3,0)處，如右圖，若此球移動路徑為拋物線，下列何者可能式此球最高點的坐標？

- (A) $(\frac{7}{2}, 3)$ (B) (5, 4) (C) (4, 0) (D) $(2, \frac{5}{2})$



【例題 8】水柱問題

地上有噴水孔會噴出水柱，若經過 x 秒後，水柱的柱高為 y 公尺，兩者關係滿足 $y = -8x^2 + 8x$ ，此噴水孔噴出的水柱最高離地面_____公尺



【例題 9】棒球軌跡方程式找最高點、水平移動距離

棒球選手擊出安打，若棒球飛行的距離為 x 公尺時，其距離地面的高度 y 公尺，

且兩者的關係滿足二次函數 $y = -\frac{1}{400}(x^2 - 80x - 400)$ ，請回答下列問題

- (A) 擊球點距離地面_____公尺
(B) 棒球飛行途中最高離地面_____公尺
(C) 從擊球到落地時，棒球飛行的水平距離是_____公尺

提示：(1) 擲球點的位置就是棒球飛行的水平距離為 0 公尺的時候。

(2) 求棒球飛行途徑的最高點，就是要找出關係函數的頂點，



【概念達標】二次函數應用-拋體運動

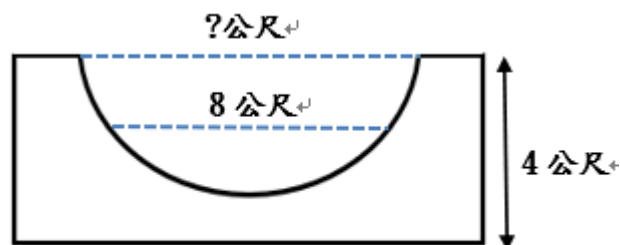
請完成課本 P61 隨堂練習，自我評量 P64 第 3 題

5.拱橋問題

【例題 10】拋物線行滑板場最大寬度

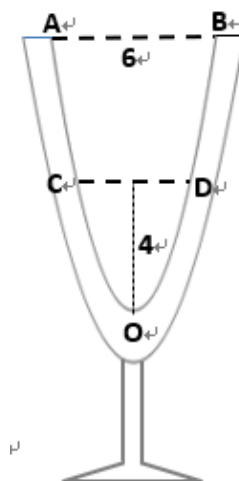
有一拋物線行滑板競技場如下圖，場內最大深度為 4 公尺，
若在深度一半的地方測量寬度為 8 公尺，此場地最上方的寬度為_____公尺。

提示:建立直角坐標平面，設立頂點為原點 $(0, 0)$



【例題 11】杯子水面寬問題

某杯子內原為拋物線造型如下圖，已知杯內深度為 9 公分，杯口寬度為 6 公分，
則當水面高度為 4 公分時，水面寬度 $\overline{CD}$ 為_____公分。



【概念達標】二次函數應用-拱橋問題

請完成課本 P62 隨堂練習與習作 1-3 及總習題

【後測檢核】二次函數的應用 ☐通過 ☐不通過

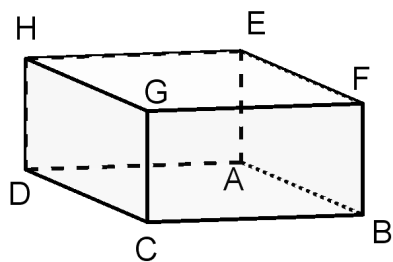
重點筆記

B6-2-1 立體幾何圖形

1.空間中的線和面.

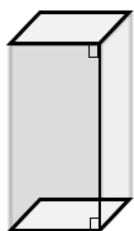
A.【複習:長方體垂直與平行的關係】

下圖為一個長方體，請你找找看並回答以下問題：



- (1) 與長方形 $ABCD$ 垂直的面有哪些呢？_____
- (2) 與長方形 $ABCD$ 平行的面有哪些呢？_____
- (3) 與稜邊 $\overline{AE}$ 平行的稜邊有哪些呢？_____
- (4) 與稜邊 $\overline{AE}$ 垂直的稜邊有哪些呢？_____

我們發現



相對的面
互相平行



相鄰的面
互相垂直



底面與高
互相垂直

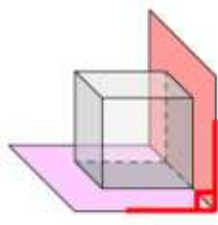
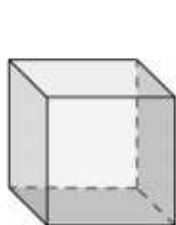


相交於同端
點的邊
互相垂直

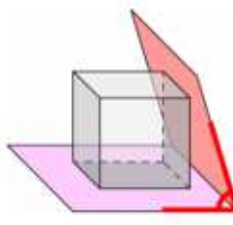
B.【觀念:空間中的垂直】

問題 1:如何判斷空間中兩相交平面是否垂直呢?

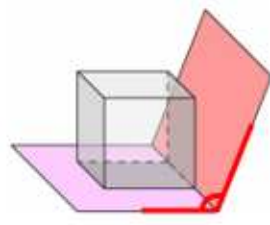
因為長方體任何相鄰兩面都互相垂直，我們可以借用長方體來檢驗



二平面 _____



二平面 _____

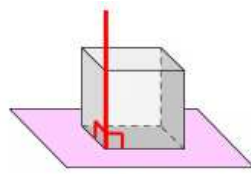


二平面 _____

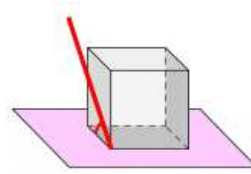
我們發現:與長方體的相鄰兩面緊緊貼合，這兩個平面就互相_____，

不能與長方體的相鄰兩面密合有空隙的話，這兩個平面就_____。

問題 2:如何判別空間中平面和直線是否垂直呢?



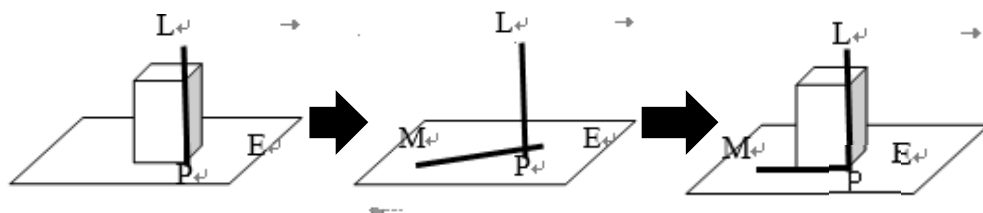
線與平面



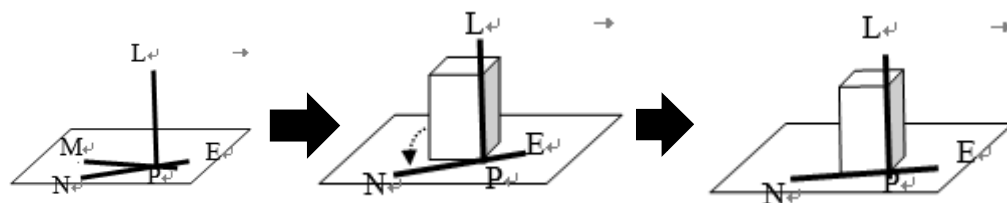
線與平面

問題 3:如何判別空間中兩相交直線是否垂直?

直線 L 與平面 E 垂直，直線 M 在平面 E 上且和直線 L 交於 P 點



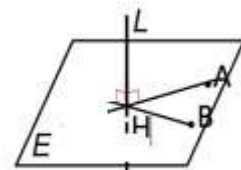
直線 L _____ 直線 M
(垂直/不垂直)



直線 L _____ 直線 N
(垂直/不垂直)

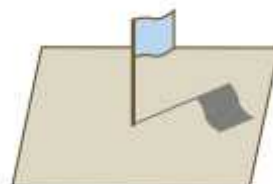
整理

1. 當直線 L 和平面 E 垂直時，可記為 **直線 $L \perp$ 平面 E** ，如右圖
2. 當直線 L 與平面 E 垂直相交於 H 點，則平面上過 H 點的任何一條直線都會與直線 L 互相垂直，如 $\overline{HA} \perp L$; $\overline{HB} \perp L$



[問題討論]

1. 旗杆與操場地面互相垂直，那麼旗杆的影子會與旗杆垂直嗎？

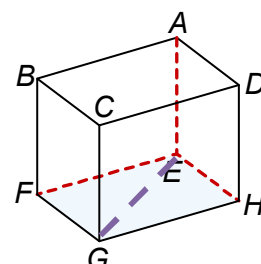


2. 右圖為長方體

(1) $\overline{AE}$ 和那些平面垂直呢? _____

(2) 當 $\overline{AE}$ 與平面 $EFGH$ 垂直， $\overline{AE}$ 會和平面 $EFGH$ 上的那些線段垂直呢？

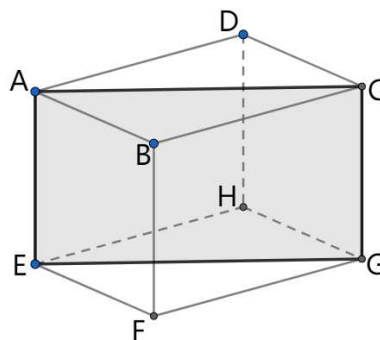
(3) $\angle CGE =$ _____ 度； $\angle ADC =$ _____ 度



【例 1】長方體中的四邊形

右圖是一個長方體，其中 $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{AE} = 4$ 、 $\overline{AD} = 5$ ，則四邊形 $ACGE$ 是以下那些形狀？

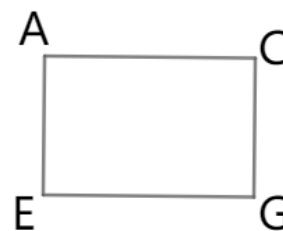
(A)正方形 (B)矩形 (C)平行四邊形 (D)梯形



※生活中的例子：_____

【例 2】長方體中的對角線

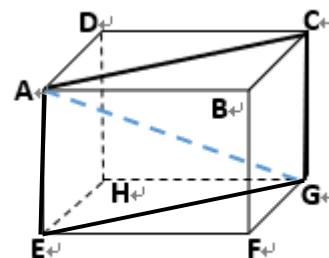
1. 右下圖的長方形中， $\overline{AC} = 5$ 、 $\overline{AE} = 3$ ，則 $\overline{AG} = \sqrt{\quad + \quad} = \quad$



2. 右下圖長方體中， $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{AE} = 3$

(1) 因為 ABCD 是矩形，則 $\overline{AC} = \quad$

(2) 因為 ACGE 是矩形，則 $\overline{AG} = \quad$



【概念達標】空間中的線和面

請完成課本 P69、70 隨堂練習

【後測檢核】空間中的線和面 ☐通過 ☐再學習



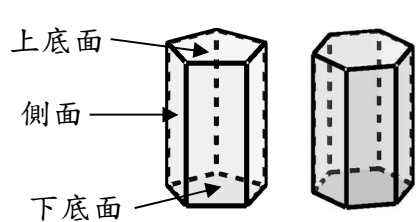
2.角柱



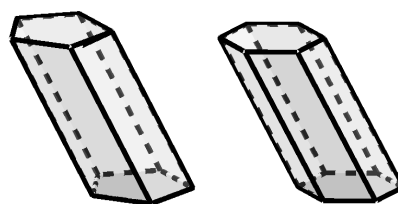
A.【觀念-認識角柱】【 P. 】

直角柱：由上下兩個_____且_____的多邊形底面，加上數個_____形的側面所組成的多面體。

斜角柱：斜角柱的側面是_____形，_____（一定/不一定）與底面垂直。



直角柱



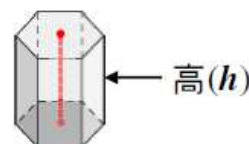
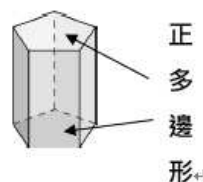
斜角柱

★若無特別說明，通常角柱都是指直角柱。

n 角柱：底面為 n 邊形的角柱稱為_____角柱。

如：底面為五邊形的角柱稱為_____角柱。

正 n 角柱：底面為正 n 邊形的角柱稱為_____角柱。



B.【觀念-角柱的頂點、邊、面】【 P. 】

角柱	頂點	邊	面	頂點數+面數-邊數
三角柱				
四角柱				
五角柱				
六角柱				
N 角柱				

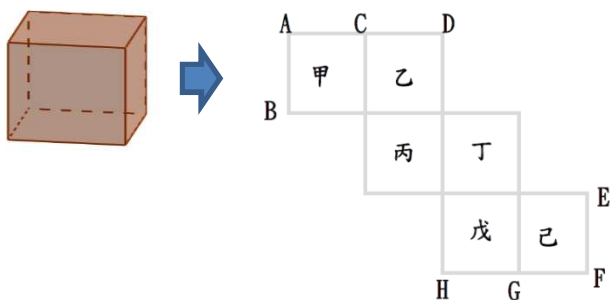
※n 角柱中 ($n > 2$)，(面數 - 邊數 + 頂點數)的結果一定 = _____

C. 【觀念-角柱的展開圖】【 P. 】

1. 正方體展開圖

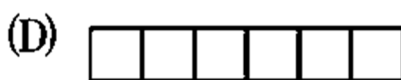
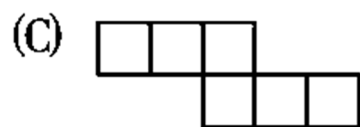
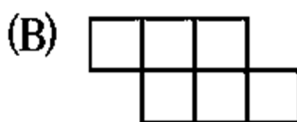
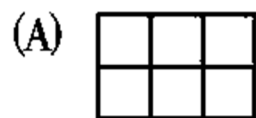
請將右邊展開圖相對的面

用同色筆畫起來



2. 正方體展開圖的判別？

下圖中哪一個是正方體的展開圖？說說看你是如何判斷？



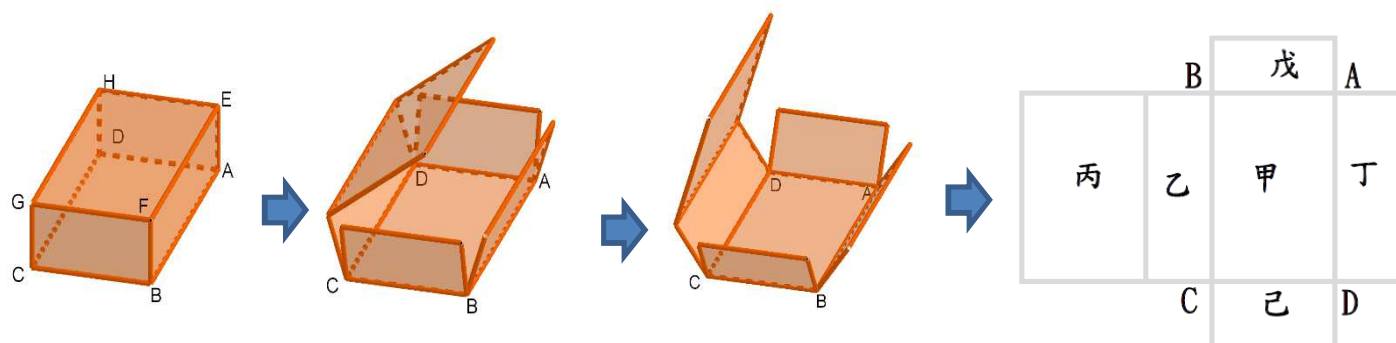
3. 正方體的展開圖最多可以畫出幾種？



正方體的展開圖

4. 長方體展開圖

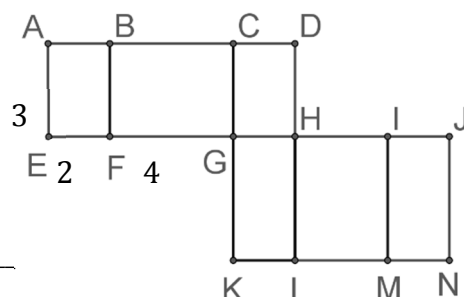
請將右邊展開圖相對的面用同色筆畫起來



〔問題與討論〕

右圖為某長方體的展開圖，請回答以下問題。

(1) 如果要將此長方體展開圖組合成立體圖，請問



$\overline{DH}$ 會與哪一邊相黏？_____ $\overline{FG}$ 會與哪一邊相黏？_____

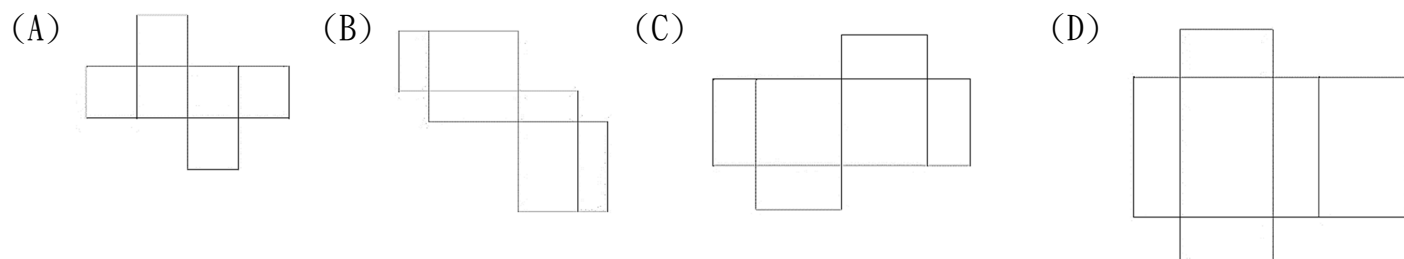
$\overline{AB}$ 會與哪一邊相黏？_____ $\overline{AE}$ 會與哪一邊相黏？_____ (請用相同色筆畫或起來)

(2) 如果將此長方體展開圖組合成立體圖時，請問(可以自行畫圖組合看看)

矩形 $BCGF$ 的對面是哪一面？_____；矩形 $GHLK$ 的對面是哪一面？_____

【例 3】長方體的展開圖

下列哪些是長方體的展開圖？

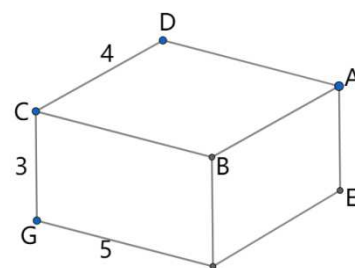


【例 4】長方體展開圖表面最短距離

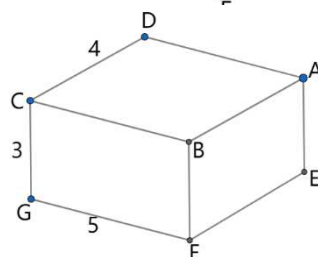


右圖中，長方體的長、寬、高分別為 5、4、3 公分，有一隻螞蟻要從頂點 A 出發爬行至頂點 G，欲找出最短路徑：

(1) 若必須過頂點 B，此時爬行最短路徑的距離為_____公分

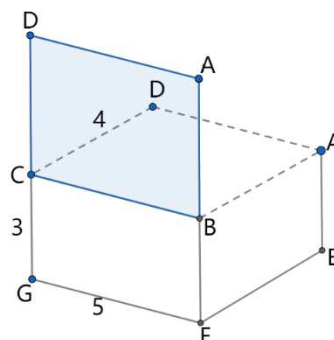
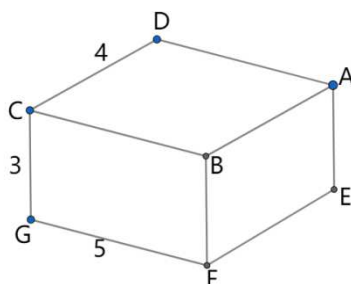


(2) 若必須過頂點 C，此時爬行最短路徑的距離為_____公分

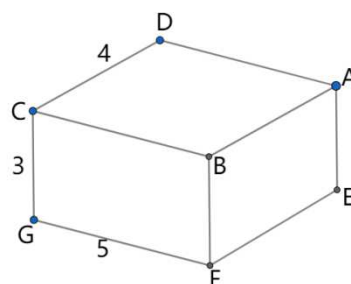


(3) 若必須過 $\overline{BC}$ ，此時爬行最短路徑的距離為_____公分

[提示:對於立體圖形表面上的最短路徑，要先展開，轉化為平面圖形，再連線段]



★[想一想]有一隻蜜蜂要從內部的頂點 A 出發飛到頂點 G，最短路徑為何?



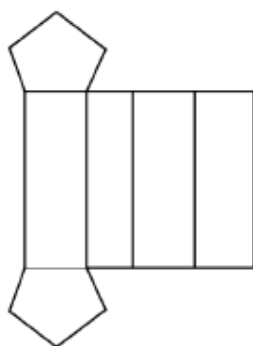
5. 角柱的展開圖

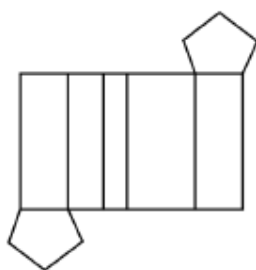
三角柱（舉例）		四角柱（舉例）	
立體圖	展開圖	立體圖	展開圖
五角柱（舉例）		六角柱（舉例）	
立體圖	展開圖	立體圖	展開圖

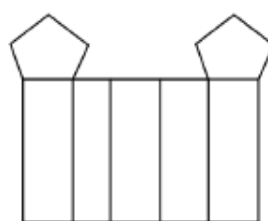
【例 5】角柱點、邊、面的觀念判斷

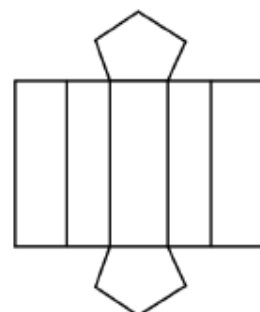
下列有一些錯誤的五角柱展開圖，試判斷何者正確或其錯誤原因。

(A) 正確 (B) 少一個側面 (C) 兩底面重疊 (D) 側面邊長與底面無法對應





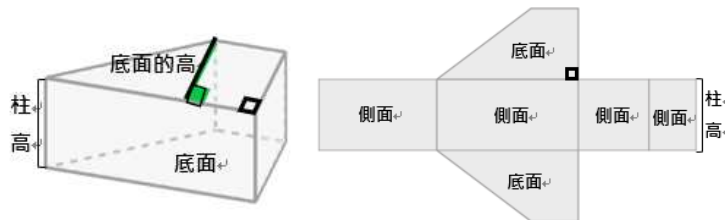




D. 【觀念-角柱的體積與表面積】【 P. 】

1. 柱體的體積＝

★如何找到柱體的底面？

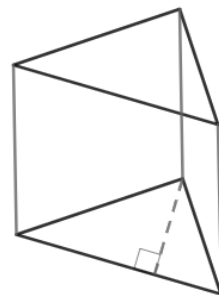


2. 柱體的表面積＝



【例 6】角柱的體積＝_____×_____。

右圖為三角柱，已知其底面三角形的其中一底為 5 公分，高為 4 公分，且柱高為 6 公分，則此三角柱底面面積為_____平方公分，體積為_____立方公分。

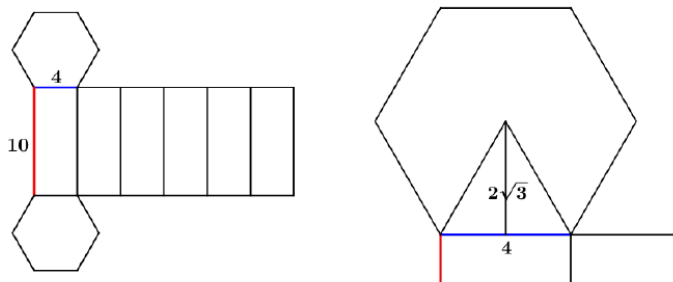


【例 7】角柱的表面積 = _____ + _____



已知底面的邊長為 5 公分，且柱高為 8 公分，則此六角柱底面的面積為 _____ 平方公分

表面積為 $2 \times$ _____ $+ 6 \times$ _____ $=$ _____ 平方公分

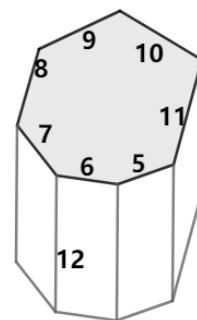


【例 6】角柱的側面積 = 所有側面矩形面積總和 = _____ $\times$ 柱高



右圖為 7 角柱，底面邊長為 5、6、7、8、9、10、11 公分

- (1) 此柱體底面的周長為 _____ 公分
- (2) 此柱體的側面面積為 _____ 平方公分



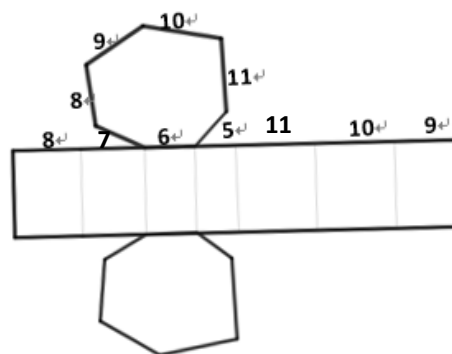
[想一想] 角柱的側面展開的矩形中，長和底面邊長有何關係？

我的發現 所有側面矩形所組成的大矩形中，其長剛好是底面的周長，寬是角柱的柱高。

【概念達標】角柱

請完成課本 P72~75 隨堂練習

自我評量 P89 第 1.2 題



3.立體圖形-圓柱

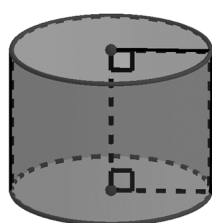


A. 【觀念-認識圓柱】【 P. 】

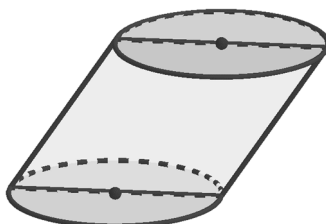
圓柱： 上下底面為_____所組成的柱體。

直圓柱： 兩底面圓心的連線與兩底面_____（垂直/不垂直），反之稱為斜圓柱

其圓心連線段的長稱為此直圓柱的高



直圓柱



斜圓柱

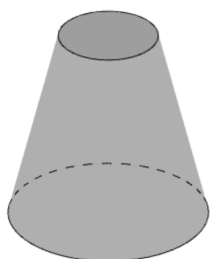
★若無特別說明，通常圓柱都是指直圓柱。

【例 7】判斷圓柱

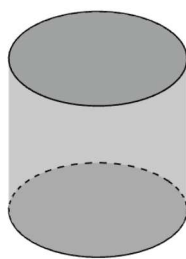
_____ 試判斷下列哪些圖形為圓柱？



(A)



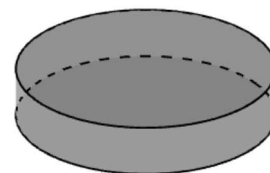
(B)



(C)



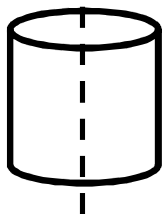
(D)



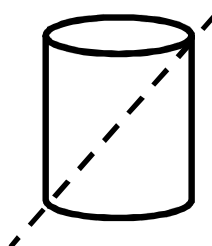
B. 【觀念-圓柱展開圖】【 P. 】

★ 1. 畫出側面展開圖，並說明側面所展開的是什麼圖形？

★ 2. 側面圖形的長和寬和與圓柱有什麼關係呢



[想一想] 還有不同的展開圖嗎？

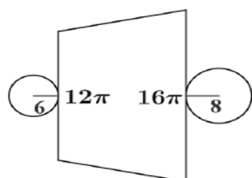


【例 8】圓柱側面的一邊是圓柱底面的_____

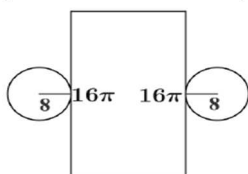
_____ 下列幾張圖中，哪些是圓柱的展開圖？



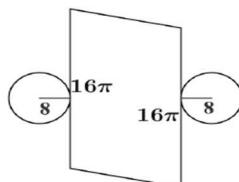
(A)



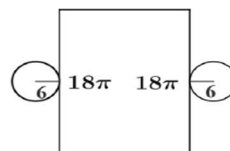
(B)



(C)



(D)

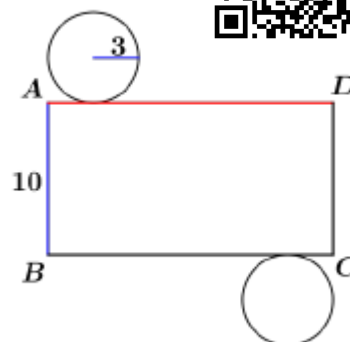


【例 9】圓柱展開圖

右圖為圓柱展開圖，其中底圓半徑為3 公分，柱高為10 公分

若此展開圖中間矩形ABCD中 $\overline{AB}$ 的長度為10 公分，

則 $\overline{AD}$ 長度為_____ 公分。



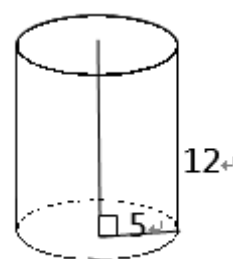
C. 【觀念-圓柱表面積】【 P. 】

【例 10】圓柱的表面積=_____+_____

右圖為底面半徑 5 公分，柱高 12 公分的圓柱

請回答以下問題

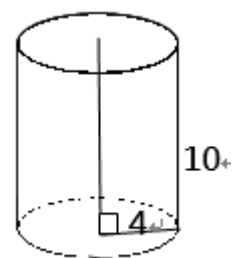
- (1) 圓柱的底面面積為_____平方公分
- (2) 圓柱的底面周長為_____公分
- (3) 若側面矩形的長為 12 公分，寬應該為_____公分，所以面積為_____平方公分
- (4) 此圓柱的表面積為 $2 \times$ _____ $+$ _____
= _____



【例 11】圓柱的體積=_____×_____

右圖為底面半徑 4 公分，柱高 10 公分的圓柱，此圓柱的底圓面積為_____平方公分

體積為_____立方公分。



【例 12】複合式立體圖形



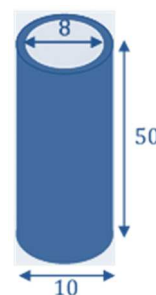
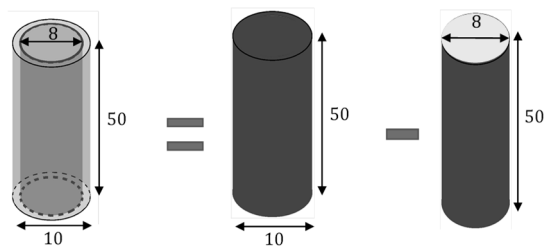
右圖是一桿麵棍，其中兩邊把手部分為底面圓半徑 1 公分、高 8 公分之圓柱，中間為底面圓半徑 3 公分、高 40 公分之圓柱，此桿麵棍的體積為_____立方公分，表面積為_____平方公分。



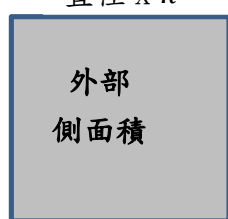
【例 13】空心立體圖形

右圖為一個空心的圓柱鋼管，求此鋼管的體積及表面積
解題思維：

(1) 這個空心圓柱可以看成一個大的圓柱扣掉小的圓柱：

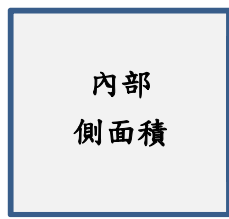


(2) 表面積 = 鋼管外部的側面積 + 鋼管下底面積 + 鋼管內部側面積 + 鋼管內部底面積 + 鋼管上緣環狀面積
直徑 $\times \pi$



柱高
50

+

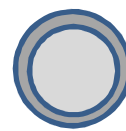


柱高
50

+



+



從上面往下看，
上緣環狀面積 + 內部底面積
= 鋼管外部底圓面積

= 鋼管外部側面積 + 鋼管內部側面積 + 2 個大圓形底面積

體積 = 450π 。表面積 = 1050π

【概念達標】圓柱

請完成課本 P76~79 隨堂練習自我評量 P89 第 3 題

【後測檢核】柱體 ☐ 通過 ☐ 再學習



4.立體圖形-角錐



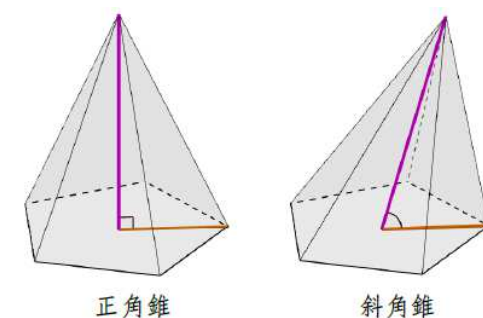
A. 【觀念-認識角錐】【 P. 】

1. n 角錐

2. 正角錐：

斜角錐：

★課本中若無特別說明，指的都是：_____



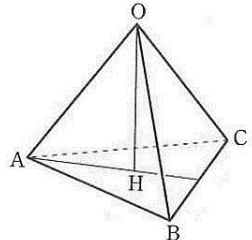
B. 【角錐的頂點、邊、面】【 P. 】

角錐	頂點	邊	面	頂點數+面數-邊數
三角錐				
四角錐				
五角錐				
六角錐				
N 角錐				

★. 金字塔是什麼形體?_____



★. 正四角錐與正四面體

正四角錐	正四面體
	



C.【角錐的展開圖】【 P. 】

三角錐（舉例）		四角錐（舉例）	
立體圖	展開圖	立體圖	展開圖
五角錐（舉例）		六角錐（舉例）	
立體圖	展開圖	立體圖	展開圖

【例 14】角錐展開圖

角錐的展開圖可用不同方式表示。請掃描右下圖GGB，操作角錐展開圖



請觀察角錐展開後的圖形，並判斷以下敘述是否正確。

_____角錐的展開圖不只一種。

_____角錐展開圖中，側面三角形的底邊都會對應到底面唯一的邊。

_____三角錐側面三角形中，兩腰的長度可能與底面多邊形邊長相等。

_____八角錐側面三角形中，兩腰的長度可能與底面多邊形邊長相等。

角錐展開 Ggb

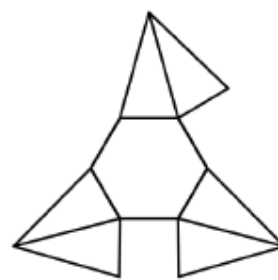
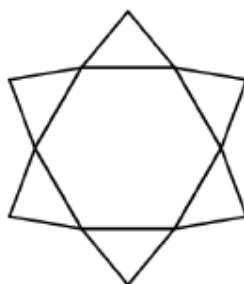
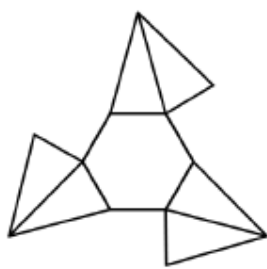
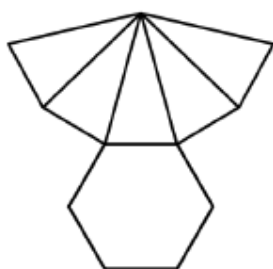


【例 15】合理的角錐展開圖

請找出下列合理的六角錐展開圖，並找出其他展開圖錯誤的原因。



(A) 正確 ☐ (B) 少一個面 ☐ (C) 側面邊長無法構成角錐 ☐ (D) 有側面會重疊 ☐



【例 16】【會考數學 104#07】正四角錐的展開圖

將圖（二）的正四角錐ABCDE 沿著其中的四個邊剪開後，形成的展開圖為圖（三）。判斷下列哪一個選項中的四個邊可為此四個邊？☐☐☐☐

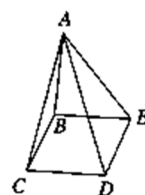


(A) $\overline{AC}$ 、 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{DE}$

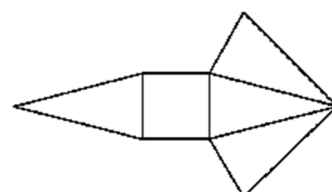
(B) $\overline{AB}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{AE}$ 、 $\overline{DE}$

(C) $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AE}$ 、 $\overline{DE}$

(D) $\overline{AC}$ 、 $\overline{AD}$ 、 $\overline{AE}$ 、 $\overline{BC}$



圖(二)



圖(三)

D.【角錐的體積與表面積】【 P. 】

南一錐體體積的由來



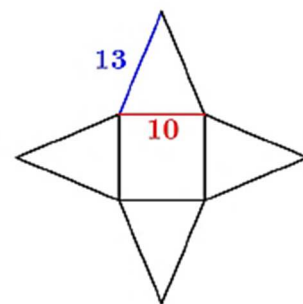
1. 錐體的體積＝

2. 錐體的表面積＝

【例 17】表面積＝ n 個側面等腰三角形面積＋底面面積

右圖是底面邊長10 公分的四角錐展開圖，側面等腰三角形的腰長為13 公分，則此四角錐側面三角形底邊上的高是_____公分。

其中一個側面的面積為_____平方公分。



【概念達標】角錐

請完成課本 P81 隨堂練習；自我評量 P90 第 4 題

【補充】正多面體

	正四面體 Tetrahedron	正六面體 Hexahedron	正八面體 Octahedron	正十二面體 Dodecahedron	正二十面體 Icosahedron
圖形					
透視圖					
展開圖					

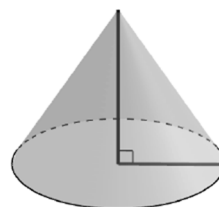
5.立體圖形-圓錐

A. 【觀念-認識圓錐】【 P. 】

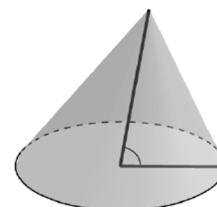


1. 直圓錐：

斜圓錐：



直圓錐

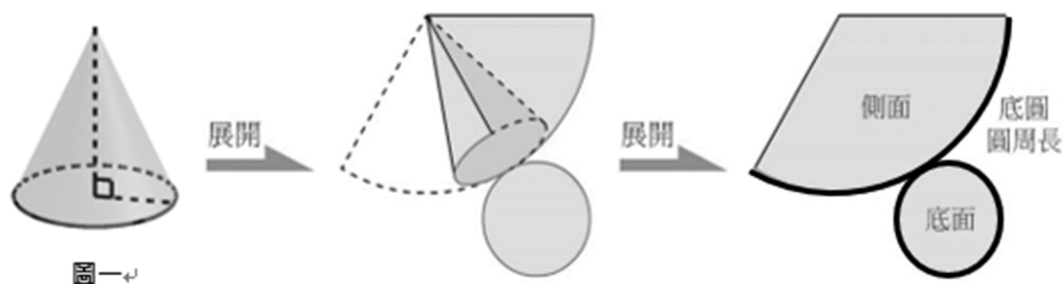


斜圓錐

★課本中若無特別說明，指的都是：_____

2. 哪一種旗子轉一圈，可以形成圓錐？

B. 【圓錐展開圖】【 P. 】



(1)圓錐側面展開後是什麼形狀?_____

(2)側面扇形半徑 R 是哪一段?底圓半徑 r 是哪一段?(請將 R 、 r 標示在圖一)

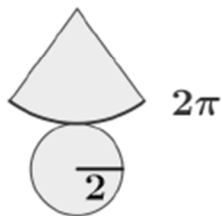
(3)其扇形弧長和圓形底面有何關係?

圓錐展開後，側面是_____形，扇形的弧長會等於底圓的_____

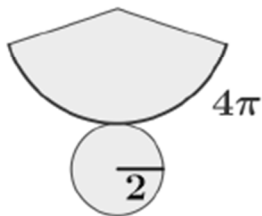
【例 18】圓錐展開圖

下列何者是合理的圓錐展開圖？_____

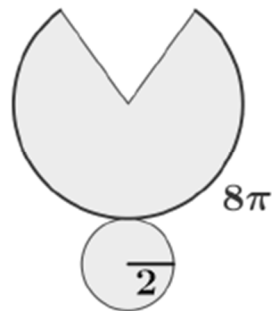
(A)



(B)



(C)

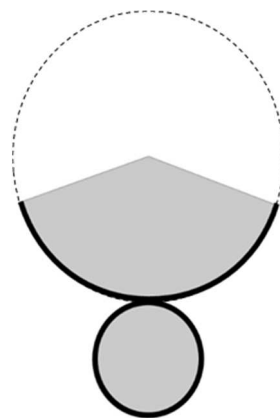


底圓圓周長 = 扇形弧長

$$2 \times \text{底圓半徑} \times \pi = 2 \times \text{扇形半徑} \times \pi \times \frac{\text{圓心角度數}}{360}$$

【例 19】圓錐展開圖

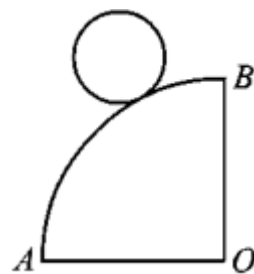
底圓半徑5 公分的圓錐展開圖中，若展開後的扇形半徑為15 公分，
此扇形的圓心角為_____度。



【例 20】圓錐展開圖

右圖為一圓錐的展開圖，若扇形半徑 $\overline{AO} = 12$ ， $\widehat{AB} = 6\pi$ ，試求

- (1)底圓的半徑
- (2) $\angle AOB$ 的度數



C.【圓錐展開圖的底圓與扇形關係】【 P. 】

有一圓錐的底圓半徑為 r 公分，展開後的扇形半徑為 R 公分，請回答以下問題：

- (1)底圓周長為_____ 公分。
- (2)扇形弧長為_____ 公分。
- (3)扇形的圓心角為_____度。
- (4)扇形面積為_____平方公分。

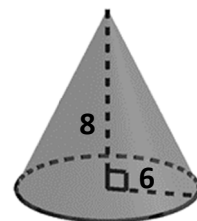


★扇形面積的兩種算法

【例 21】扇形面積

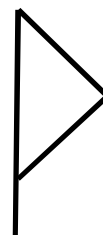
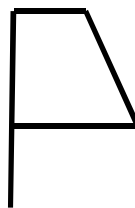
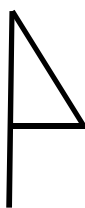
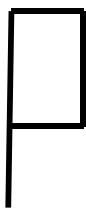


右圖是一個圓錐，其中底面圓半徑為 6 公分，錐高為 8 公分，
將此圓錐展開後，扇形半徑為_____公分，扇形部分的圓心角為_____度，
此圓錐的表面積為_____。[提示：畫出圓錐展開圖]



D.【旋轉體與圓錐、圓柱】【 P. 】

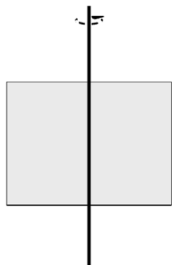
1. 旗子轉一圈會得到什麼圖形？



[想一想] 如何轉出空心圓柱？

2. 旋轉體積

(1) 矩形



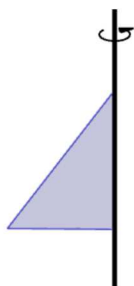
(1) 請畫出旋轉後所形成的圖形

(2) 矩形沿對稱軸旋轉一圈後，掃過區域產生的立體圖形為_____

(3) 若此矩形的長為10 公分寬為5 公分，產

生立體圖形的底面面積為_____平方公分，體積為_____立方公分。

(2) 直角三角形



(1) 請畫出旋轉後所形成的圖形

(2) 直角三角形以其中一股為旋轉軸旋轉一圈後，掃過區域產生的立體圖形為_____。

(3) 若作為旋轉軸的股長為4 公分，另一股長為3 公分，

產生立體圖形的底面面積為_____平方公分，總表面積為_____平方公分。

【概念達標】圓錐

請完成課本 P83~84 隨堂練習；自我評量 P90 第 5 題

【後測檢核】錐體 ☐通過 ☐再學習

習作 2-1 和第二章總習題



B6-3-1 資料整理與統計圖表

1.認識次數分配表與統計圖

A.【觀念-次數分配表與長條圖】

問題 1:製作統計表圖前需要統計出什麼數據？

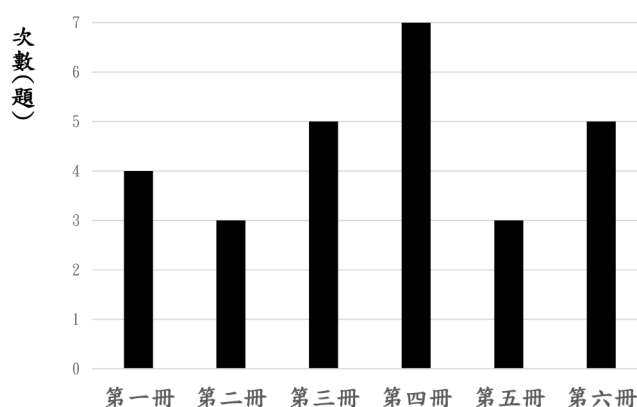
[問題與討論]

以下為某一位老師對 106 數學會考選擇題在各冊的題數統計表：

次數分配表

冊別	計數符號畫記	次數(題)
第一冊	正	4
第二冊	下	3
第三冊	正	5
第四冊	正下	7
第五冊	下	3
第六冊	正	4

長條圖



根據上面的圖表，回答以下問題：

1. 哪一冊在 106 數學會考選擇題考的題目最多？_____
2. 第六冊在 106 數學會考選擇題中考的題目有多少題？_____
3. 106 數學會考的選擇題總共有多少題？_____
4. 你覺得哪個圖表更能看出數量的大小比較呢？_____

問題 2:長條圖的使用時機？

B.【觀念:次數分配表和直方圖】

問題 3:當資料的類別很多的時候，如何製作次數分配表?

當我們蒐集到的資料非常廣泛時，例如:連續性的資料，像是身高、體重、成績等等，做成長條圖的話，就會有很多條，而且非常難看出分布的趨勢。

這時候我們就可以將它們**分組**來作統計。

[問題與討論]

右圖是數學科考試成績次數分配表，請回答下列問題

1. 為何從 60 分開始分組?

2. 總共分_____組，組距是_____分

★你覺得組距幾分比較適合?為什麼?

3. 60 分在哪一組?_____

70 分在哪一組?_____

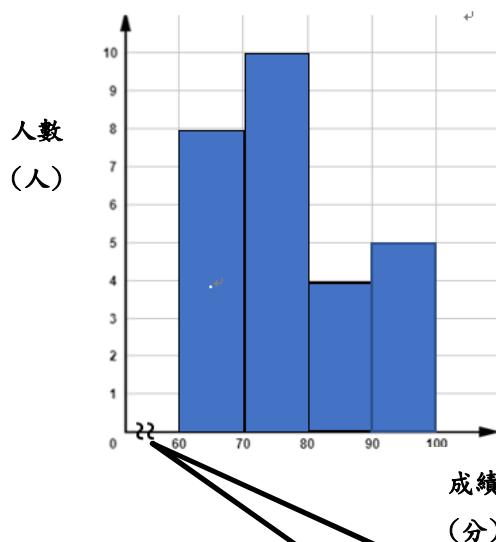
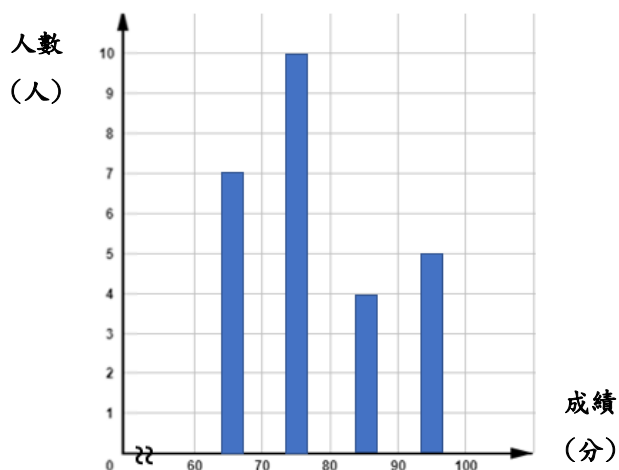
60~70 這區間代表什麼意思?

4. 100 分如何處理?_____

5 右圖的兩個圖表，哪種畫法較好?好在哪裡?

數學科段一成績次數分配表

成績(分)	次數(人)
60~70	7
70~80	10
80~90	5
90~100	4



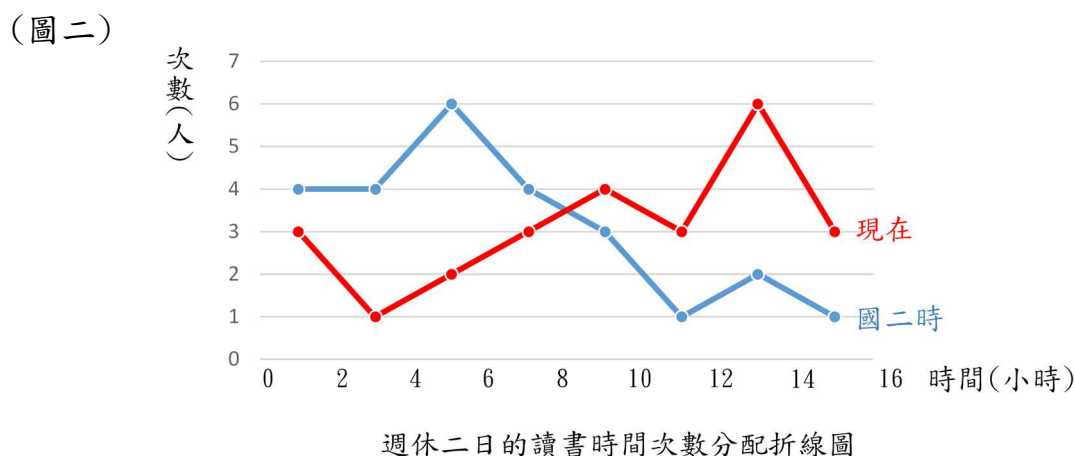
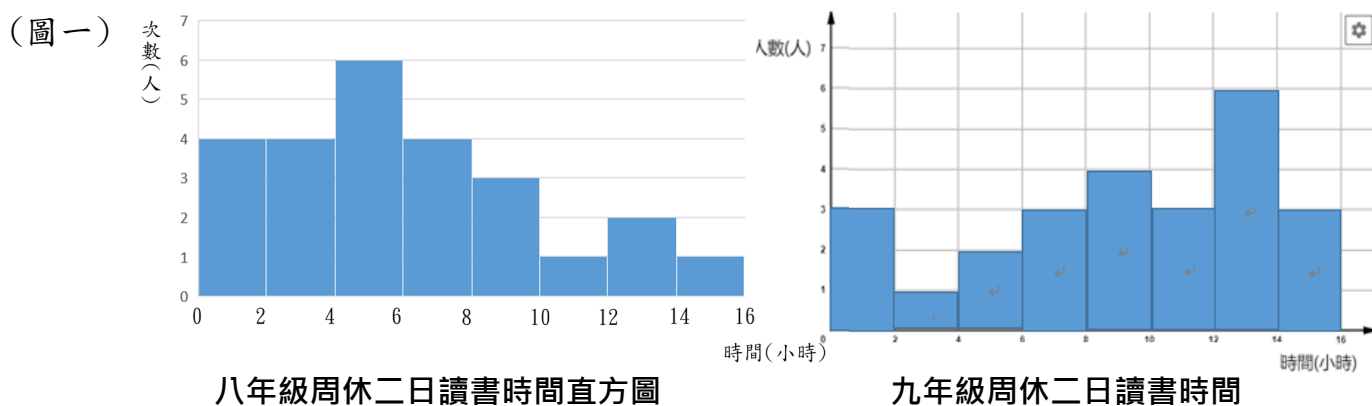
此符號為省略符號
表示 0~60 區間省略

C.【觀念:次數分配表和折線圖】

問題 4:如果想要比較多組資料間的關係或趨勢時，直方圖是否恰當？

[問題與討論]

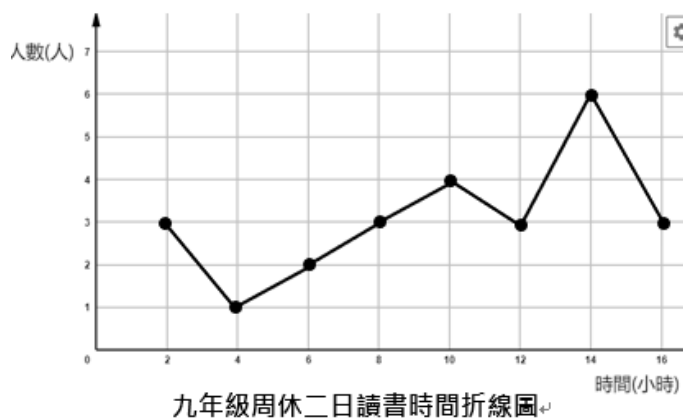
1. (圖一)左圖是八年級在週休二日的讀書狀況，右圖為現在九年級在週休二日的讀書狀況，(圖二)是將國二和國三的讀書時間製作成次數分配折線圖放在一起作比較
你覺得直方圖和折線圖哪種畫法更能比較出各區間人數的差異及看出各組資料的變化呢？



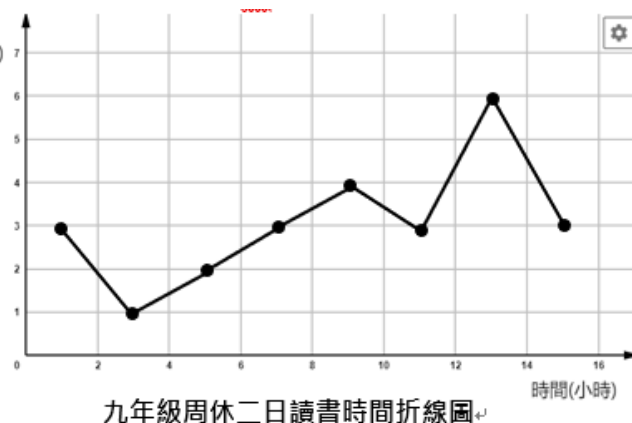
問題 5:折線圖各個區間資料的點要標在哪裡？

[問題與討論] 下面兩個折線圖，你認為這兩個圖的差別在哪裡？

你認為各個區間資料的點要標在哪裡呢？ ☐ 每組區間的中央 ☐ 每組區間的上限/下限
為什麼？



(圖一)

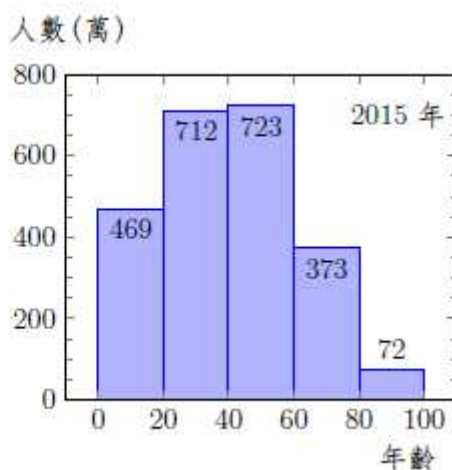
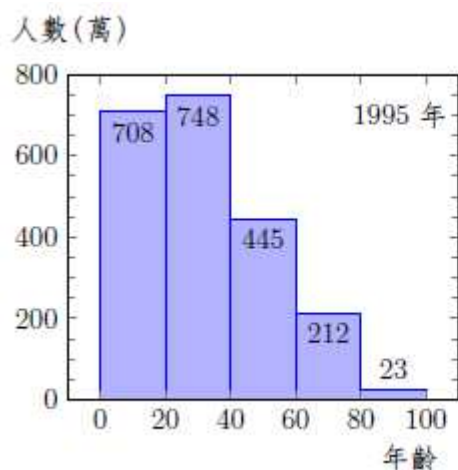


(圖二)

★我們把代表各個區間資料的點，標在各個區間中間，這點稱為「組中點」，

【例 1】直方圖與折線圖

下圖為台灣1995 年以及2015 年人口結構的統計直方圖，根據圖表，試回答下列問題：



請判斷下列敘述是否正確：

_____ 1995 年人口結構中20~40 歲的青壯年人口數相對於其他年齡層是最多的。

_____ 2015 年40 歲以下的人口數大約有1181 萬人。

_____ 1995 年60 歲以上的老年人口數明顯比2015年的多。

_____ 從1995 年到2015 年，40 歲以下的人口數明顯減少了。

_____ 從1995 年到2015 年，0~20 歲的青少年經過20年後，變成20~40 歲的青壯年的人口，成長了四萬人。

[延伸思考] 有可能是哪些因素造成同一個群體的人口數增加了？

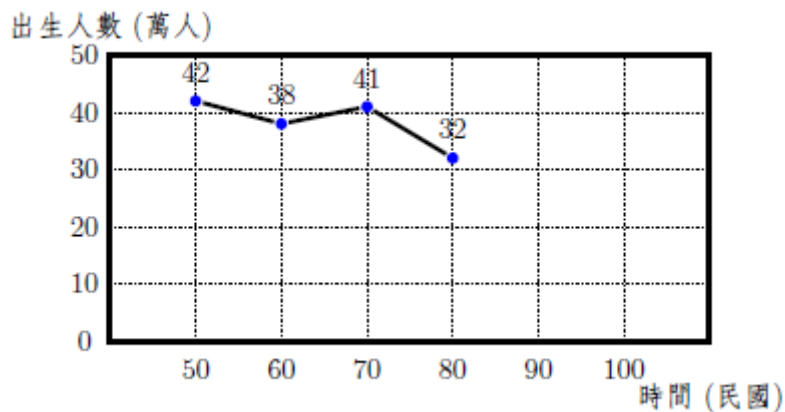
【例 2】次數分配折線圖

下表為台灣人口出生數量（單位萬人）

時間（民國）	50 年	60 年	70 年	80 年	90 年	100 年
出生人數（萬人）	42	38	41	32	26	20



請完成以上表格的折線圖：



請回答以下問題：

_____ 民國80 年出生的人數大約26 萬人。

_____ 民國60 年出生的人數比民國70 年出生人數多。

_____ 民國100 年出生的人數只有民國70 的一半。

_____ 從圖表中可，看出台灣出生人口從70 年後，每隔10 年，出生人數越來越少。

★請你比較長條圖、直方圖和折線圖的使用時機有何不同？

【概念達標】次數分配與統計圖

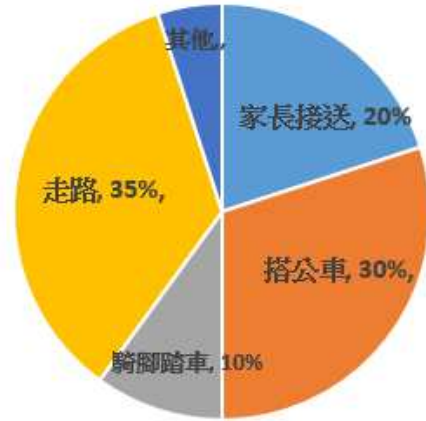
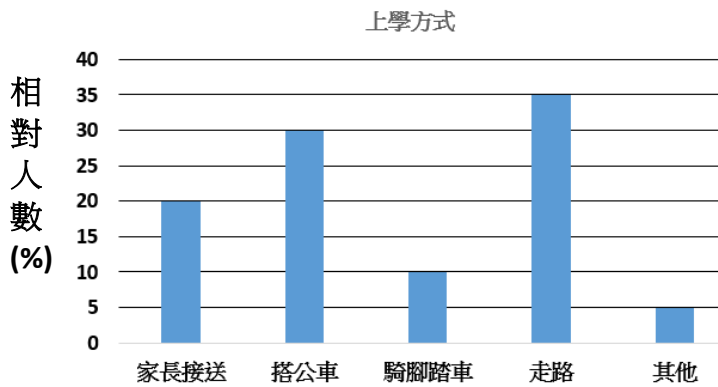
請完成課本 P94、P96、P98、P107、P109 隨堂練習

課本自評 1

2.認識相對次數分配表與統計圖

A.【複習:圓形圖 (圓餅圖)】

[問題與討論] 下圖為 1000 位學生上學方式



根據右圖表，回答以下問題：

1. 搭公車 30% 代表什麼意思?有幾位學生搭公車?

2. 在圓形圖當中，搭公車方式上學所占圓心角度數為多少度?

3. 你覺得哪個圖形更能呈現上學方式在整體中所佔比例大小呢? ☐長條圖 ☐圓形圖
為什麼?

問題 6:圓形圖的使用時機?

B.【觀念:相對次數分配表和直方圖】

問題 7:相對次數與次數的差別是？

小六的阿嘉要升上國中了，他所住的學區有兩間學校可以選擇，爸爸想要從比較兩間學校的會考數學成績來挑選，以下分別是兩所學校的會考數學待加強、基礎、精熟的人數：

假設以成績精熟來挑學校

	待加強	基礎	精熟
A 校 (全部 100 人)	25 人	57 人	18 人
B 校 (全部 50 人)	7 人	32 人	11 人

佳毅:從上面的表格來看，數學會考成績為精熟的，A 校的有 18 人、B 校的有 11 人，A 校人數比較多，是不是挑 A 校比較好？



可是這兩個學校的總人數不一樣耶！
所以不應該只有用人數來比較吧！

[問題與討論]

1. 你認為以成績精熟來挑學校要選 A 校還是 B 校呢?為什麼?
2. 你認為以成績精熟來挑學校的時候要看精熟的人數還是精熟佔全校學生的比例?

問題 8:想知道各類別占全部的比例，需要統計出什麼數據？

在前面的課文中，「次數分配表」、「長條圖」可以看出各類別的次數，

但是有時候比起次數，我們更想知道各類別占全部的比例，如圓形圖

因此必須將資料轉換成相對於整體的比例，

我們稱為「相對次數」而表格稱為相對次數分配表。

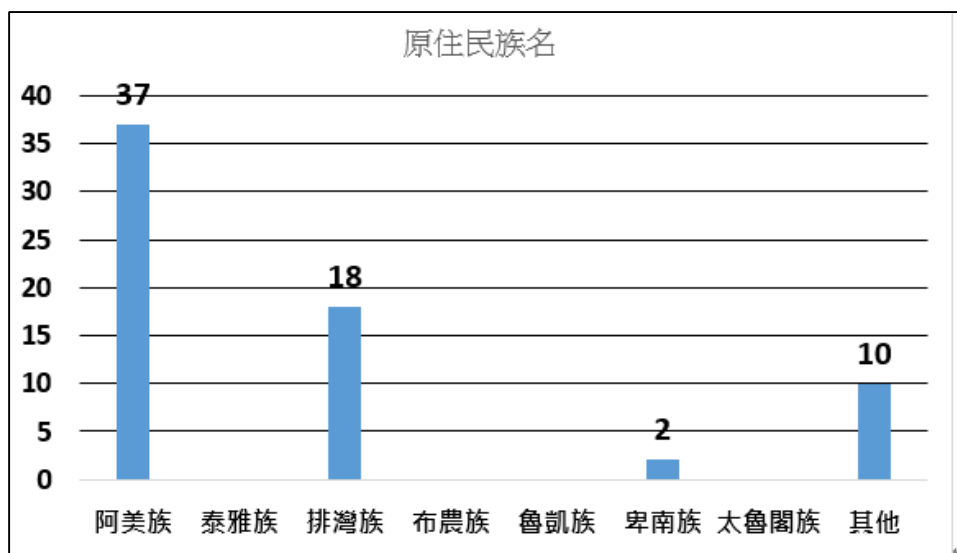
【例 4】相對次數分配表與長條圖

如下表是2010 年台灣原住民各族的人口數。

請完成以下相對次數與累積相對次數分配表。(四捨五入)

原住民族名	人數(千人)
阿美族	187
泰雅族	81
排灣族	90
布農族	52
魯凱族	12
卑南族	12
太魯閣族	27
其他	49
合計	

原住民族名	相對次數(%)
阿美族	37
泰雅族	
排灣族	18
布農族	
魯凱族	
卑南族	2
太魯閣族	
其他	10
合計	



請回答以下問題：

_____ 台灣 2010 年人口數最多的原住民族是阿美族。

_____ 2010 年泰雅族的人口數超過原住民總人口數的 $\frac{1}{5}$

【概念達標】相對次數與統計圖

請完成課本 P95、101、112 隨堂練習、自評 3

3.認識累積次數分配表與統計圖

A.【觀念:累積次數分配表和折線圖】

問題 9:想知道達標人數或某區段資料，需要統計什麼數據呢？

有時候我們會想要了解未達標準的人數，最常見成績不及格(未達到 60 分)的人數，我們必須將資料次數累加，稱為「累積次數」而表格稱為累積次數分配表。

[問題與討論]

1. 請根據右圖完成以下表格

累積次數分配表

未滿 70 分有_____人
未滿 80 分有_____人
未滿 90 分有_____人
未滿 100 分有_____人

成績(分數)	次數(人)	累積次數(人)
60~70	7	
70~80	10	
80~90	5	22
90~100	4	
總計	26	

2. 你認為右表的累積次數分配表要如何填寫？

3. 你覺得右圖黑色框框中的累積人數 22 代表什麼意思？

問題 10: 累積次數折線圖要如何畫，各個累積資料的點要標在哪裡？為什麼？

【例 5】累積次數分配圖

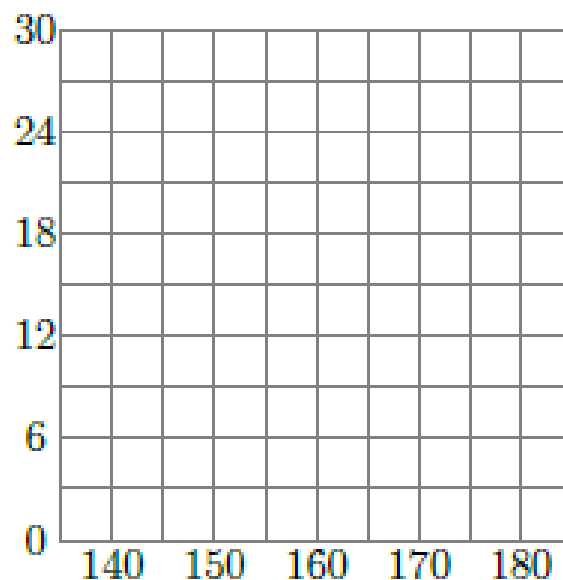
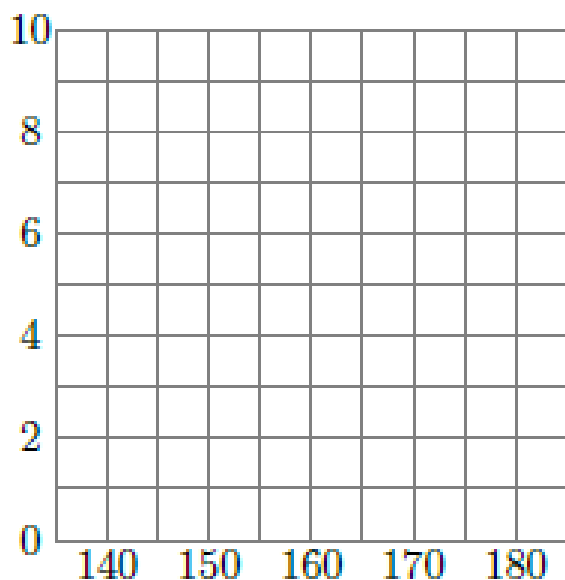


如下表是小均班上同學的身高一覽表。請試以_____公分為組距，
將小君班上同學的身高分為_____組。完成以下次數分配表。

座號	身高	座號	身高	座號	身高
1	145	11	167	21	156
2	154	12	161	22	175
3	169	13	184	23	146
4	153	14	169	24	165
5	169	15	182	25	177
6	158	16	181	26	166
7	155	17	189	27	183
8	174	18	168	28	155
9	175	19	175	29	179
10	162	20	189	30	161

組距(身高)	次數(人)	累積次數(人)
140~150	2	
150~160	6	
160~170		
170~180		
180~190	6	

請繪製次數分配折線圖與累積次數折線圖。



請回答以下問題：是非題

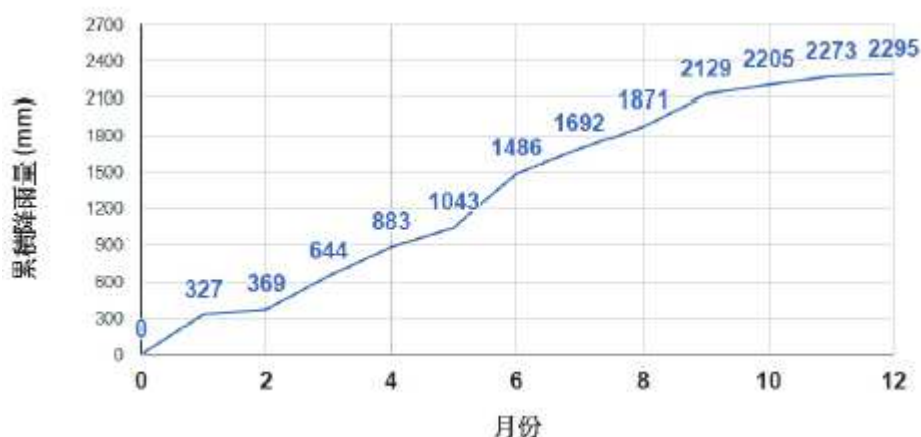
_____從圖表可知，班上有一半的學生身高不足160 公分。

_____班上身高最高的不超過180 公分。

_____班上身高最高與最低相差不超過 50 公分。

【例 6】累積次數分配圖:降雨量

右圖為日月潭 2016 年的月降雨量累積次數分配折線圖：



根據圖表，試回答下列問題：

1. 日月潭2016 前半年的降雨量為_____毫米；年雨量為_____毫米。
2. _____ 2016 年日月潭截至5 月為止的累積降雨量已突破1000 毫米。
3. _____ 2016 年日月潭12 月的降雨量比6 月的降雨量多。
4. _____ 2016 年日月潭4 月的月降雨量是883 毫米。
5. _____ 2016 年年底日月潭的月降雨量相對其他月份而言偏低。

[延伸思考]有可能是哪些因素造成日月潭夏天的降雨量比冬天多？

B.【觀念:累積相對次數分配表和折線圖】

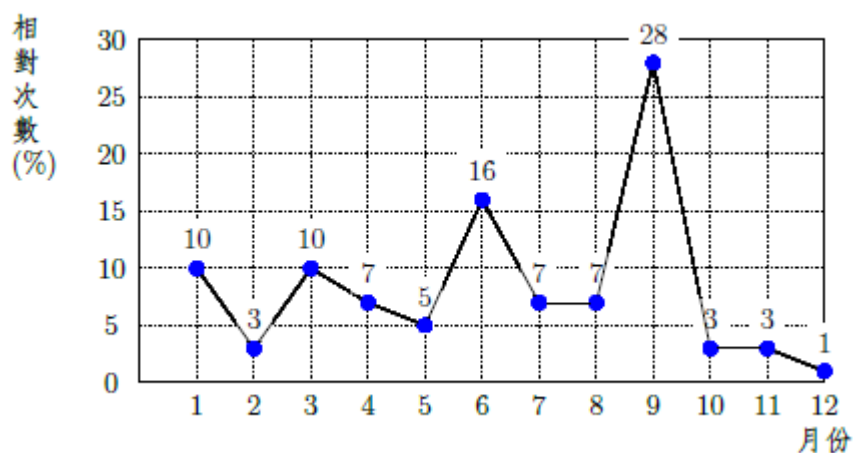
[問題與討論]

1. 什麼是累積相對次數？
2. 數學成績的累積相對次數分配表如下表所表示，求 a, b, c, d=?

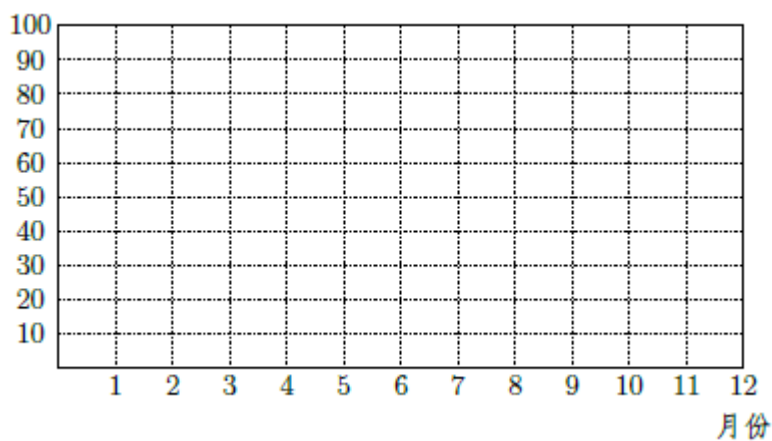
分數	次數(人)	累積次數(人)	累積相對次數(%)
05~60	4	4	10
60~70	a	8	b
70~80	8	c	40
80~90	d	30	75
90~100	10	40	100
合計	40		

【例 7】累積相對次數分配圖:降雨量

如下圖是 2016 阿里山的月降雨量累積相對次數分配折線圖。



請將上圖，繪製成下圖的累積相對次數分配圖：



請回答以下問題：

_____ 六月是阿里山在2016 年最多雨的月份。

_____ 截至六月底為止，阿里山的累積降雨量已超過年雨量的一半。

【概念達標】累積次數分配與統計圖 請完成課本 P99、103、114、116 隨堂練習

自評 2、習作 3-1

【後測】3-1 資料整理與統計圖 ☐ 通過 ☐ 待加強



B6-3-2 資料分析

1.資料的集中量

A.【觀念-眾數】

1. 901 班的 10 位同學參加的社團如下：

管樂、童軍、童軍、籃球、管樂、籃球、童軍、管樂、童軍、童軍

(1) 這 10 位同學中哪一個社團參加的人最多？

(2)

社團名稱	管樂	童軍	籃球
參加人數	3	5	2

參加人數最多的類別（社團）在數學上稱為_____

(3) 請問這 10 位同學參加社團的眾數是_____

南一眾數



2. 請掃描右圖 QR CODE，看完影片後回答下列問題

(1) 飲料店各產品的銷售量如下，請問哪一種產品最暢銷？

商品名稱	珍珠奶茶	綠茶	烏龍茶	菊花茶	檸檬茶	綠茶多多
銷售量(杯)	110	50	37	30	15	110

(2) 第 (1) 小題中的眾數是_____

(3) 一組資料只會有一個眾數嗎？

我的發現

飲料店中銷售量最多杯的有 2 種商品是珍珠奶茶和綠茶多多，銷售量都是最多杯 110 杯

所以我們就稱飲料店的眾數是珍珠奶茶和綠茶（2 個答案）

★小提醒：在此例中，有些人會以為眾數是 110，因為出現 110 次，

切記！眾數是出現最多次的「類別」，而非出現幾次！

珍珠奶茶	綠茶多多	←類別
110	110	←次數

B.【觀念-算術平均數】請掃描右圖 QR CODE，看完影片後回答下列問題



問題 1：平均分數 70 分是什麼意思？平均體重 60 公斤是什麼意思？

問題 2：算術平均數如何計算？

【舉例 1】以下是紅海公司五位員工的年薪（一年的薪水）資料

姓名	台名	城五	伯嫌	恐流	敏好
年薪（萬元）	2250	50	60	100	40

請問：紅海公司員工的平均年薪是_____萬元？

【舉例 2】以下是藍海公司五位員工的年薪（一年的薪水）資料

姓名	子魚	子貢	子淵	子有	子路
年薪（萬元）	500	700	300	400	600

請問：藍海公司員工的平均年薪是_____萬元？

（1）你比較想去哪一間公司？為什麼？

（2）在生活中常常看到平均數，平均數真的這麼好用嗎？你覺得平均數有沒有缺點呢？

問題 3·分組資料如何算平均數？



【例 1】次數分配表計算身高

下表為均均班上同學的身高次數分配表，試完成下表

用哪一個數字代表 這
個區間的資料比較好

用 165 代表這個區間的
資料比較好

身高 (公分)	次數 (人)	組中點	組中點 × 次數
160~170	7		1155
170~180			
180~190	8	185	
190~200	3	195	585
總和	30	X	

(1)你覺得 160~170 這一組的 7 個同學，把他們都當成 160 公分好嗎？都當成 170 公分好嗎？
把他們當成幾公分比較好呢？

(2)分組資料的平均數怎麼算？有快速算法嗎？

(3)根據上列圖表，請回答以下是非題：

_____選出組中點是為了代表各區間內的實際數值，如：我們以 195 公分代表 190~ 200 公分內 3 個數字的數值。

_____僅透過此表，我們無法計算出平均數。

_____計算身高的平均數，我們可以利用(組中點×次數的總和)÷(身高組別數)四組。

_____透過表格，我們可以計算出介於 160~ 170 公分的同學的平均身高。

問題 4:如何算出各組平均的總平均?

新泰國中 901、902、906 的人數分別是 24 人、27 人與 26 人, 期末考三班的數學成績平均分別是 80 分、72 分與 70 分, 請問這三個班數學成績平均是多少分?

恩哲說:三個班的總平均 = 把三個平均數加起來除以 3 $\Rightarrow \frac{(80+72+70)}{3} = 74$

你覺得恩哲的算法正確嗎?

問題5:平均數的迷思

【例2】比較平均數相同時的資料差異性

觀察下列四組數字，並回答下列是非題：

- (1) 0、0、0、0、1000
- (2) 0、100、200、300、400
- (3) 198、199、200、201、202
- (4) 200、200、200、200、200



_____上列四組數字的平均數都是200。

_____上列20個數字的平均也是200。

_____根據平均數，我們可以說上列20 個數字都很接近200。

_____平均數代表的是整體的概念，不能代表個別數字的特性。

我的發現:

C. 【觀念-中位數】

1. 舉例：A、B 兩群人年齡記錄如下，請計算這兩群人年齡的平均數。

A：11、12、14、14、14、16、17

B：3、4、4、5、5、5、72

(1) A 群的組成比較像是_____

(2) B 群的組成比較像是_____

(3) 在這一個例子中使用平均年齡代表這兩群人你覺得好嗎？為什麼？

2. **中位數的意義**請掃描右圖 QR CODE，看完影片後回答下列問題

問題 1: 什麼是中位數？

南一中位數



問題 2: 在什麼時機下使用中位數比平均數更適合代表整組資料呢？

問題 3:如何尋找中位數?

(1)首先要將資料按照_____排序

(2)要分成二等分，需要一個等分點(切幾刀的概念)

我們分成二種情況討論，請你說說看你如何找到最中間的數值？

找得到嗎？找不到時，該如何表示最中間的數值？

(A)奇數筆資料。

假設一組資料有 125 個，請問如何找出這組資料的中位數

B. 偶數筆資料

假設一組資料有 120 個，請問如何找出這組資料的中位數？

我的發現

中位數就是由小到大排序後最中間位置的資料

(1)若是奇數筆資料

例如：5 筆資料， $5 \div 2 = 2.5$ 沒有平分，

表示最中間的資料就是第 3 筆資料，

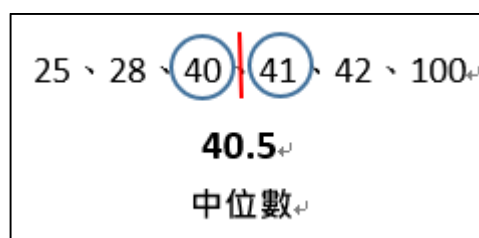
(2)若是偶數個數列

例如 6 筆資料， $6 \div 2 = 3$ 剛好平分，找不到最中間那筆資料

只能找到最"靠近"中間的兩筆資料，也就是第 3 筆和第 4 筆

因此把這最中間兩筆資料數值的平均當作中位數

最中間兩筆資料數值平均 $(40+41) \div 2 = 40.5$ 中位數=40.5



(3)將 N 筆資料由_____依序排列

A.若 N 是奇數，中位數是_____

B.若 N 是偶數，中位數是_____

【例 3】奇數與偶數的中位數計算



觀察以下兩行數列，回答下列是非題

甲：6、6、7、3、20、18、19、7、2、3、15

乙：16、34、28、99、50、67、0、0、0、0

_____數列甲的中位數是 7

計算：

_____如果我們將數列乙中的最大值是 99 替換為 9999，可能大幅影響中位數的結果

原因：乙：16、34、28、99、50、67、0、0、0、0

按照小到大排序：_____，中位數是_____

換成 9999 後 $\Rightarrow$ 6、34、28、9999、50、67、0、0、0、0

按照小到大排序：_____，中位數是_____

把 99 換成 9999，其位置依舊在最一位，不影響其排序所以中位數_____（會/不會）影響

_____數列乙的中位數是數列乙 10 個數中的其中之一

原因：因總共有_____項，剛好平分，中位數在第一項和第二項的中間

所以中位數_____（在/不在）數列上

_____奇數個數字的數列中,其中位數一定是數列中的數.

原因：因為是_____（奇/偶）個數字，沒有平分，有中間項，

所以中位數_____（在/不在）數列上

_____一個整數的數列,其中位數有可能不是整數.

原因：如果是_____（奇/偶）數，中位數是最中間兩項的_____所以可能不是整數

【例 4】中位數的計算：身高



右表是小均他們班男生的身高一覽表：

根據上表，請回答下列問題：

座號	身高	座號	身高
01	175	07	177
02	174	08	181
03	169	09	184
04	173	10	179
05	169	11	182
06	188	12	181

_____將小均班上男同學的身高進行排序後，挑選排名第六和第七進行平均，即可得到小均班上男生身高的中位數。

_____小均班上男生身高的中位數是176 公分。

_____平均數的計算需要先排序；中位數則需要先加總。

_____若小均今天班上新轉進一個男生身高190 公分，則班上男生身高的中位數會變成179 公分。

問題 4:如何判斷次數分配表的中位數位在哪一個區間？



【例 5】次數分配表求中位數

下表是 2016 年一月台灣的人口結構次數分配表根據上表, 請回答下列是非題

年齡	男生人口數(萬人)		女生人口數(萬人)		總人口數(萬人)
0~19	257		236		493
20~39	363		356		719
40~59	357		364		721
60~79	159		177		336
80~99	33		35		68
總和	1169		1168		2337

_____上表中，男生、女生和總人口的中位數都在同一個年齡區間。

(1) 男生的年齡中位數在_____

(2) 女生的年齡中位數在_____

(3) 總人口的年齡中位數在_____

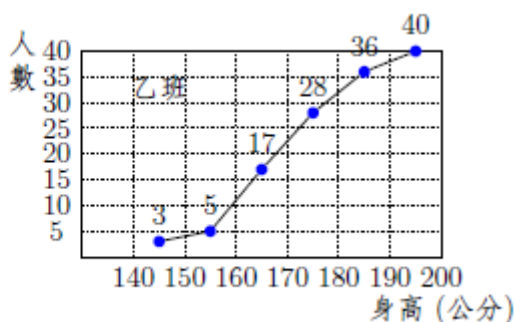
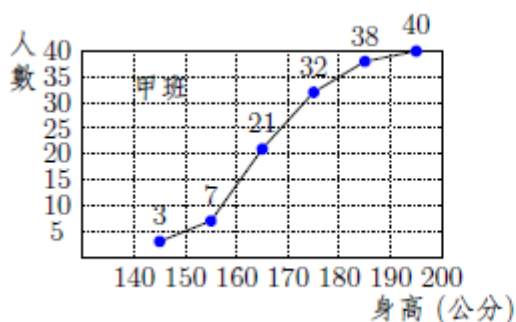
_____中位數的計算需要先求各組的組中點

_____女生人口的中位數就是年齡排序第 600 萬名的人

【例 6】累積次數分配折線圖求中位數



下表為甲乙兩班身高的累積次數分配折線圖，請回答以下是非題：



_____欲求甲乙兩班的中位數，即找到圖中累積次數第20 和第21 的人所在區間。

_____甲班身高的中位數比乙班身高的中位數大。

_____藉由中位數，我們可以說兩班的身高排名中，乙班的正中間名次比甲班的高。

問題5:當資料作調整時，平均數、中位數、眾數是否也會受影響呢？



【例7】資料調整對統計量的影響

健康國中3 年9 班有10 位同學一起到夜市玩撈金魚，每位同學分別撈到2、3、4、5、5、5、8、9、9、10 隻金魚，則

(A)撈到金魚數量之算術平均數為_____；中位數為_____；眾數為_____

(B)如果老闆說可多帶回一倍的金魚，則每位同學帶回金魚數量為

4、6、8、10、10、10、16、18、18、20，

由上列可知，帶回金魚數量之

(1) 總數=

(2) 算術平均數=

(3) 因與撈到金魚數排序相同，所以中位數為=_____；

撈到的金魚以5隻的人最多，所以眾數為=_____。

結論:

【概念達標】統計集中量 完成課本 P124~P134 隨堂練習、自評 1~2

2.資料的位置分布

A.【觀念-百分位數】

問題 1.什麼是百分位數?

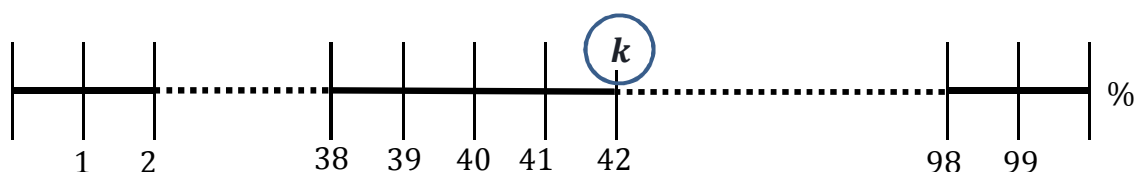
將一筆資料分成_____個格子(等級)，找到它的相對位置的數值就是百分位數

如果將全部的資料切分成 100 個格子(等級)，就會有 99 個等分點

如下圖，我們將這些等分點上的數字稱為「百分位數」

而第 m 個等分點上的數字就稱為「第 m 百分位數」以 P_m 表示

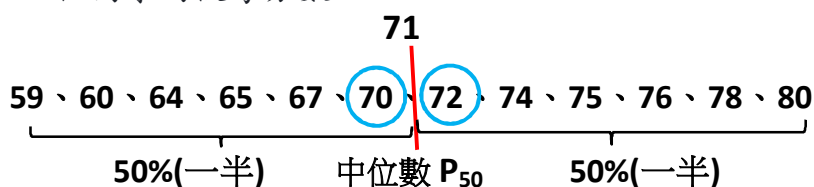
如第 42 個等分點上的數字就是「第 42 百分位數」的值 $\Rightarrow P_{42} = k$



問題 2.百分位數的意義

舉例:中位數是第 50 個等分點，等分點上的數值稱為「第 50 百分位數」，以 P_{50} 表示
代表以 P_{50} 做切分, 前面至少佔 50%，後面至少佔 50%

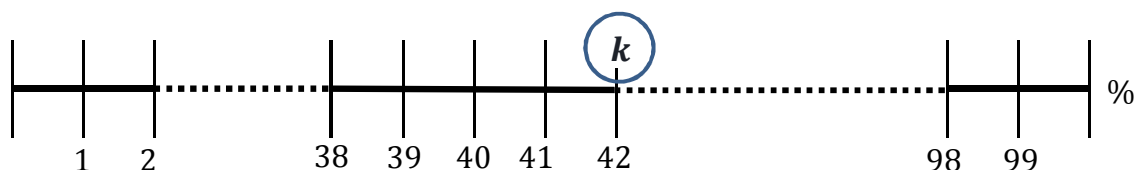
1. 如圖:12 位同學的段考分數



(1) 未滿 71 分的學生佔_____%，也就是未滿 71 分有_____位學生

(2) 71 分以上的學生佔_____%，也就是 71 分以上有_____位學生

2. 如第 42 個等分點上的數字就是「第 42 百分位數」的值 $\Rightarrow P_{42} = k$



表示第 42 百分位數 P_{42} 至少勝過（贏過）_____ % 的人

2. 如右圖，假設有 100 人， $P_{80}=70$ 分

(1) $P_{80}=70$ 稱為「第_____百分位數」是_____分

(2) 表示以 $P_{80}=70$ 做切分，

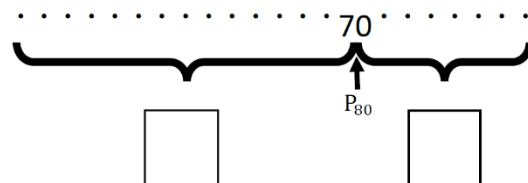
未滿 70 分至少佔_____ % ； 70 分以上至少佔_____ %

(3) 70 分是一個門檻分數，如果你考 70 分，

表示你贏過_____ % 的人，相當等於_____ 人，

表示你輸了_____ % 的人，相當等於_____ 人

(4) 百分位數可以知道自己在整體的相對位置，想一想你是如何找到那筆資料？

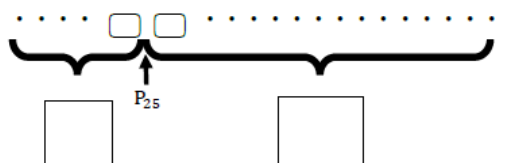


問題 3. 如何找到百分位數？

(1) 先將資料按照_____排列

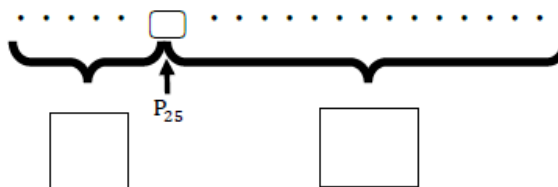
(2) A. 資料可被整除或整數：可以均分：此資料_____（存在/不存在）

假設有 200 筆資料，求 P_{25} 是第幾筆資料？



B. 資料無法被整除或小数：表示此資料_____（存在/不存在），是下一筆資料

假設有 50 筆資料，求 P_{25} 是第幾筆資料？



百分位數($P_k = X$)：

將蒐集資料由_____，

若至少有_____ % 的資料小於或等於 X ，至少有_____ % 的資料大於或等於 X

則稱為 X 為這群資料的_____

算法：一群資料的個數為 N ，計算_____

(A) 若 a 不為整數，取下一筆資料 b

(B) 若 a 是整數， P_k 即為第_____、_____個資料的_____



【例 8】百分位數

下表為全校 300 位同學，數學周考成績，

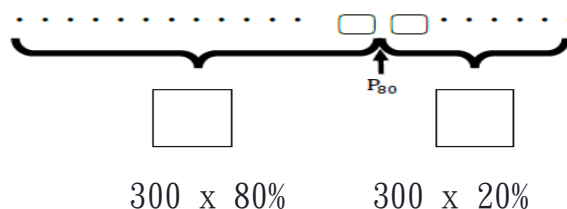
成績	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
人數	5	8	17	20	29	41	55	45	35	30	15
累積											

依學校規定，分數大於或等於第 80 百分位數可以獲得小獎品

1. 求 $P_{80} = ?$

2. 請問有多少人可以領獎? _____

幾分可以領獎? _____



3. 請問給予哪一個統計圖表較容易找到百分位數呢?

☐ 次數分配表 ☐ 累積相對次數分配表

[想一想] 成績要考幾分算是排名前 20% 的學生?

【例 9】百分位數(累積相對折線圖)

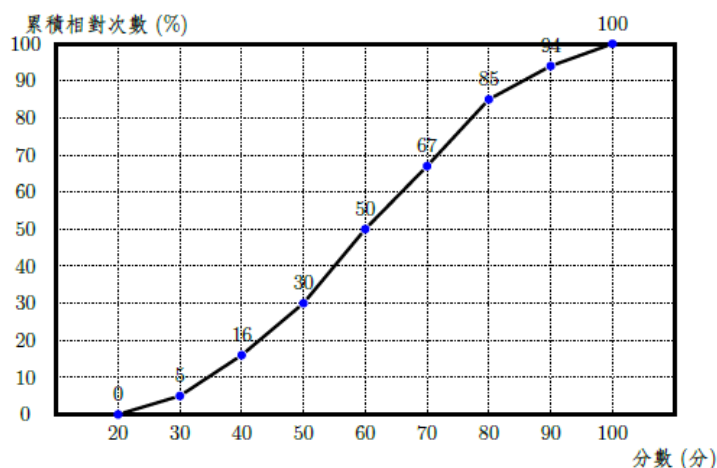
下表為快樂國中數學資優大挑戰的成績累積相對次數分配折線圖

已知全年級有 300 人，則

(A) 成績的第 50 百分位數是 _____ 分

(B) 80 分是第 _____ 分

(C) 若大寶的成績是 50 分，成績比大寶低的學生有百分之 _____ % 100 分。



B.【觀念-四分位數】請掃描右圖 QR CODE, 看完影片後回答下列問題

問題 1.什麼是四分位數?

將一筆資料分成_____等分, 去找到它的相對位置的值

問題 2 :四分位數和百分位數的關係

P_{25} 稱為第_____四分位數, 簡記為_____

P_{50} 稱為第_____四分位數, 簡記為_____

P_{50} 稱為第_____四分位數, 簡記為_____

P_{75} 稱為第_____四分位數, 簡記為_____

問題 3:某區段長度較寬, 代表著什麼意義? ☐人數較多 ☐資料較分散

C.【觀念-全距】請掃描右圖 QR CODE , 看完影片後回答下列

問題 1.什麼是全距?

全距 = _____

【例 10】歌喉讚歌唱比賽中, 國語組與索語組參賽者年齡介別如下表

(A)國語組的全距= _____ - 15 = _____ .

(B)臺語組的全距= _____ = _____

(C)哪一組的參賽者年齡差異較大?

問題 2·全距的意義？

代表一群資料的離散情形

(1)全距愈大表示這群資料愈_____

(2)全距越小, 表示這群資料越 _____

問題 3·用全距來描述一群資料的分散程度，好嗎？

D.【觀念-四分位距】請掃描右圖 QR CODE，看完影片後回答下列問題

問題 1:什麼是四分位距？

四分位距 = _____

【例 11】四分位距

東東國中籃球校隊有 18 名球員，其身高(單位：公分) 分別如下：

163	168	172	178	179	180	181	182
182	182	183	183	184	185	187	190

試求此球隊隊員身高的 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 及四分位距：

問題 2:四分位距比較大表示什麼？

E.【觀念-盒狀圖】請掃描右圖 QR CODE，看完影片後回答下列問題

問題 1:盒狀圖的五個分割點分別代表什麼?

問題 2:盒狀圖如何解讀?

根據右圖，回答下列問題：

(1)全班成績都在 20 到 90 分嗎？有沒有同學的成績超過 90 分？有沒有同學的成績是 20 分？

(2) 20 到 30 分、30 到 40 分、40 到 60 分與 60 到 90 分這四部分的資料各占全部資料的幾分之幾？你覺得哪一部分的資料可能較分散？

問題 3:盒狀圖如何畫?

盒狀圖繪製方式為:將最小值、 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 和最大值畫在數線上，

然後繪製出圖形。

【步驟一】把數字由小到大排列

【步驟二】找最小值和最大值

【步驟三】找第1四分位數 Q_1 、第2四分位數 Q_2 及第3四分位數 Q_3

【步驟四】將最小值=()、 Q_1 =()、 Q_2 =()、 Q_3 =()及最大值=()、

繪畫在數線上，再將 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 以長方形連接起來，形成一個盒狀圖。

【例 12】盒狀圖 (盒鬚圖)

下圖為3年9 班音樂才藝成績的盒狀圖，請回答下列問題。

(A)3年9 班有音樂才藝成績低於40 分的人嗎？

因為最低分是40 分，所以_____低於40 分的人。

(B)成績在60 至90 分大約占全班人數的百分比是多少？

∴成績的第1四分位數(25%)是_____分，成績的第3四分位數(75%)是_____分，

∴成績在60 至90 分大約占全班人數的 $75\% - 25\% =$ _____

(C) 成績在60 分以下大約占全班人數的百分比是多少？

∴成績的第1四分位數(25%)是_____分

∴成績在60 分以下大約占全班人數的 $25\% - 0\% =$ _____ ☐。

[問題討論]

1. 全距=_____公分，四分位距=_____公分

2. 60~80 分這組和 80~90 分這組，請問這兩組人數相同嗎？_____

每組的人數各占_____%

3. 60~80 分這組比 80~90 分這組寬，代表什麼意思？ ☐人數較多 ☐資料分散程度較大

4. Q_2 代表_____數，表示有_____人未滿 80 分

5. 崇恩考 90 分，表示他贏過_____%的人

6. 假設班上有 24 人，恩哲考 88 分，請問恩哲的數學排名為何？

☐1~6 名 ☐7~12 名 ☐13~18 名 ☐19~24 名 ☐其他_____

7. 程展說：若有 2 班數學成績的盒狀圖完全相同，且人數相同，代表兩班的全距、中位數、四分位距、算術平均數都相同，你認為對嗎？

【例 13】多個盒狀圖的比較：身高

三年愛班男、女生各有20 人，下圖為三年愛班男、女生身高的盒狀圖，請回答下列問題。

(A)男生身高的中位數與女生身高的中位數相差多少公分？

由圖可知，男生身高的中位數是_____公分，女生身高的中位數是_____公分，
因此中位數相差=_____。

(B)請問男、女生身高的全距相差多少公分？

男生身高全距是_____公分，女生身高全距是_____

男生全距較大，相差_____公分。

(C) 請問男、女生身高的四分位距相差多少公分？

男生身高四分位距是_____公分，女生身高四分位距是_____公分，

男生四分位距較大，相差_____公分。

(D) 請問男、女生身高何者較分散？

因為男生全距較大，且四分位距也較大。所以_____身高較分散，資料較集中。

【概念達標】統計集中量 完成課本 P135 ~P152 隨堂、自評 3~6 、習作 3-2

【後測】3-2 資料分析 ☐通過 ☐待加強

B6-3-3 機率

1.認識機率

A.【觀念-生活中的不確定性 Uncertainty】看完影片後回答下列問題

1. 舉例

2. 降雨機率 80% 的意義

B.【觀念-必然事件與不可能事件】

[問題討論]

1. 有沒有什麼事情「一定會」發生？請舉例說明

2. 有沒有什麼事情「一定不會」發生？請舉例說明

C.【探索活動-擲一枚硬幣（課本 P.159）】

投擲一枚公正的硬幣很多次，出現正面的相對次數（比例）會接近_____，

出現反面的相對次數（比例）也會接近_____

機率的定義：

1. 一個實驗的結果一共有 n 種，且每種結果發生的機會都相等，

則我們稱每種發生的機率是_____

2. 一個實驗的結果一共有 n 種，且每種結果發生的機會都相等，

某事件包含 m 種可能的結果，則該事件的機率是_____

問題 4:投擲一公正硬幣的機率?

(1)擲一公正硬幣出現正面的機率為_____

(2)擲一公正硬幣出現反面的機率為_____

[問題與討論]

下列敘述正確打「0」，錯誤的打「×」。

_____ (1)投擲2次恰好會有一次為正面

_____ (2)投擲10次恰好會有5次為反面。

_____ (3)有可能投擲10次，每次都為正面

_____ (4)當試驗的次數夠多時，則出現正面的次數與所有投擲次數的比值，會接近於 $\frac{1}{2}$

_____ (5)若出現10000次正面，則下次出現反面的機率會變大

_____ (6)若投擲10000次，則出現反面的次數會接近5000次

_____ (7)正面朝上及反面朝上的機率和為1，由此可知不會出現第三種試驗結果

D.【觀念-認識公平公正】

1. 進行班級摸彩時，我們希望這是一個「公平」的抽籤，你認為什麼是公平？

(1)每個人一支籤，芊惠作2支籤，這樣進行抽籤公平嗎？ ☐公平 ☐不公平

(2)每個人都一支籤，立璇的籤特別大，這樣進行抽籤公平嗎？ ☐公平 ☐不公平

2. 婉柔投擲一枚圖釘，針尖朝上和針尖朝下的機率一樣嗎？

3. 每年新春時，各家廟宇舉辦擲筊比賽，連續擲出最多聖杯的人可以開走百萬名車，
假設柔羽參加比賽連續擲出 12 個聖杯，請問當他進行第 13 次擲筊時

(1) 還有擲出聖杯的可能嗎？ ☐ 有 ☐ 沒有

(2) 擲出聖杯的機率會變大嗎？ ☐ 變大 ☐ 變小 ☐ 不變

4. 妹君擲一顆公平的銅板，第一次出現正面，請問下一次擲銅板

(1) 可能擲出正面嗎？ ☐ 可能 ☐ 不可能

(2) 擲出正面的機率會是多少？

[問題與討論]

1. 投擲一顆公正的骰子，出現4點的機率為_____，每擲6次一定出現一次4點嗎？

2. 如圖一個長方體積木共有6面，今投擲此積木，則每一面朝上的機率是 $\frac{1}{6}$ 嗎？

3. 袋中有籃球、桌球、溜溜球各一個，則抽出籃球的機率是 $\frac{1}{3}$ 嗎？

4. 甲、乙兩支職棒隊比賽，甲隊獲勝的機率是 $\frac{1}{2}$ 嗎？

【例 1】 機率概念判斷

請判斷以下敘述是否正確

(A) _____ 統一發票對獎，有中獎、與不中獎兩者情形，所以中獎機率是 $\frac{1}{2}$

(B) _____ 是非題猜中的機率是 $\frac{1}{2}$ ，若小均猜了 10 題是非題，則他會猜中 5 題。

(C)_____ 甲、乙兩人猜拳，甲獲勝的機會是 $\frac{1}{3}$

(D) _____丟一顆骰子出現 1 點的機率是 $\frac{1}{6}$, 表示丟六次中至少會出現 一次 1 點。

【例2】擲骰子的機率問題

投擲一公正骰子, 請填入正確的機率:

(A) 骰出3點的機率為 _____

(B) 骰出正整數點的機率為_____

(C) 骰出7點的機率為_____

(D) 骰出奇數點的機率為_____

【例3】抽籤的機率問題

籤筒中有25支籤，上面標示1到25號，若從籤筒中抽出一支籤，每一支籤被抽中的機率都相等，請填入下列各事件的機率

(A) 抽到2的倍數的機率為_____

(B) 抽到5的倍數的機率為_____

(C) 抽到合數的機率為_____

(D) 抽到質數的機率為 _____

【例4】撲克牌的機率問題

有一副完整的撲克牌52張牌，請寫出以下事件發生的機率:

(A) 要抽到黑桃花色的機率為_____

(B) 要抽到點數為7的機率為_____

(C) 要抽到黑桃7的機率為_____

E.【觀念-組合事件的機率】

連續投擲一枚公正硬幣兩次，和投擲兩枚公正硬幣 1 次出現的結果一樣嗎？

[問題與討論]

一枚公正的硬幣連擲兩次，

- (1) 兩次都出現正面的機率為_____
- (2) 兩次都出現反面的機率為_____
- (3) 第一次出現正面，第二次出現反面的機率為_____
- (4) 第一次出現反面，第二次出現正面的機率為_____

【概念達標】事件的機率 完成課本P161 ~P166隨堂練習、自評1~3

3.樹狀圖

A【觀念-二階樹狀圖】請掃描右圖 QR CODE，看完影片後回答下列問題

【例5】樹狀圖求機率:兩次銅板

小均丟擲銅板兩次，會出現哪些結果呢？請用樹狀圖分析並寫出正確答案

任務一：請用樹狀圖分析丟擲銅板的過程

任務二：從以上的樹狀圖，對於丟銅板的結果請用數對表示

任務三:假設這幾種情況都相等，則

(1)兩次正面的機率是_____

(2)正反面各出現一次，其機率是_____

【例6】樹狀圖求機率:男女生的機率

假設男孩與女孩出生的機率都相等，在一個有兩個小孩的家庭中，

(1) 總共有_____種情況

(1)第二胎為男生的機率為_____

(2)有一胎為一個男生、有一胎為一個女生的機率為_____

(3)第一胎為男生、第二胎為女生的機率為_____

[請畫出樹狀圖]

【例7】樹狀圖求機率:銅板和骰子

小均丟擲一次銅板，再丟一個六面骰子，請畫出樹狀圖做分析

(1)總共有_____種情況，若每個發生的機率都相等，其機率為_____

(2)出現銅板正面且骰子是偶數點的機率為_____

【例8】樹狀圖求機率:抽球

一個袋子有三顆相同大小的球,其上面的標號為1, 2, 3...

小均先取一顆球後,將球放回袋中再取第二顆球。其可能性請用樹狀圖表示如下:

(1)總共_____個情況,且每個發生的機率是相等的,

因此,兩次都是1號球的機率為_____

(2)兩次的點數和為4的機率為何_____

(3)兩次的點數和為奇數的機率為_____

B【觀念-三階樹狀圖】

【例9】樹狀圖求機率:三次銅板

小均丟擲銅板三次,其出現結果有哪些?請畫出樹狀圖並寫出正確答案

【例10】樹狀圖求機率:三次銅板

假設男孩與女孩出生的機率都相等，在一個有三個小孩的家庭中，

(1) 第二胎為女生的機率為_____

(2) 有兩胎為男生、有一胎為女生的機率為_____

(3) 第一胎為男生、第二胎為女生、第三胎為男生的機率為_____

請畫出樹狀圖分析所有結果。

【例11】樹狀圖求機率:三位數排列

小均將1、2、5三個數字排成三位數，請用樹狀圖表示所有結果，

請問共有_____種結果

【例12】投擲兩顆公正骰子，其點數和是8點的機率為何？

第一顆骰子	2	3	4	5	6
第二顆骰子	6				

【概念達標】事件的機率 完成課本P167 ~P171隨堂練習、自評4~5、習作3-3

【後測】3-3機率 ☐通過 ☐待加強 請完成習作第三章總習題

【延伸應用】神啊！請給我一個聖筊

民間的宗教信仰中，有些人會到廟裡擲筊問神或求籤請神明解答疑惑。

「擲筊」結果怎麼看？

聖筊：呈現一凸、一平，表示「對、好、可以」。

陰筊：呈現凸、凸，表示「不對、不好、不可以」。

笑筊：呈現平、平，表示陳述不清楚無法裁示，可再次向神明請示，接著重新擲筊。

(1) 請問你覺得擲出聖筊的機率是多少？

(2) 你覺得杯筊的平面或是凸面出現的機率相同嗎？

(3) 擲筊小遊戲

重點筆記

洋蔥數學，45 分鐘課堂濃縮成 5 分鐘動畫，讓你愛上數學

關於洋蔥數學

洋蔥數學相關報導		洋蔥數學手機平板下載 APP	
親子天下報導	均一報導	Android 安卓版	IOS 版

我的帳號：_____

密碼：_____