

0

我的學習計畫表

班級：_____座號：_____姓名：_____

學習內容		指定曲（50%）			自選曲（20%）	
		課本(10%)	講義(30%)	習作(10%)		
全範圍 週日期 / - /						
		☐	☐	☐	☐	
		☐	☐	☐	☐	
		☐	☐	☐	☐	
		☐	☐	☐	☐	
		☐	☐	☐	☐	
我可能會遇到什麼樣的困難						
我要如何克服						
上課表現30%	上台提問 表達直播 合作參與	1	2	3	4	5
		6	7	8	9	10
		11	12	13	14	15
我要如何達成目標						

1 我的學習檢核

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

對我最有幫助的夥伴：_____ 日期：_____

學習內容	指定曲（50%）			自選曲（20%）
	課本	講義	習作	
全範圍 完成度				
已完成				
未完成				
預計完成日				
上課（30%）	目前得_____分，目標得_____分			
我的努力程度	  			
我覺得				
我想怎麼做				
自己評分		組員評分		簽名

2

我的學習檢核

班級：_____座號：_____姓名：_____

對我最有幫助的夥伴：_____日期：_____

學習內容	指定曲（50%）			自選曲（20%）
	課本	講義	習作	
全範圍 完成度				
已完成				
未完成				
預計完成日				
上課（30%）	目前得_____分，目標得_____分			
我的努力程度	  			
我覺得				
我想怎麼做				
自己評分		組員評分		簽名

3

我的學習檢核

班級：_____座號：_____姓名：_____

對我最有幫助的夥伴：_____日期：_____

學習內容	指定曲（50%）			自選曲（20%）
	課本	講義	習作	
全範圍 完成度				
已完成				
未完成				
預計完成日				
上課（30%）	目前得_____分，目標得_____分			
我的努力程度	  			
我覺得				
我想怎麼做				
自己評分		組員評分		簽名

總檢核表

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

對我最有幫助的夥伴：_____ 日期：_____

學習內容	指定曲（50%）			自選曲（20%）
	課本	講義	習作	
全範圍 完成度				
已完成				
未完成				
得分				
上課（30%）	一共得_____分			
我的努力程度	  			
我覺得				
我想怎麼做				
我想借分			簽名	

B6-1-1 二次函數

0.複習函數與線型函數

A.【複習函數】【 P. 】



問題 1:什麼是函數?

「函數」指的就是一種對應關係。

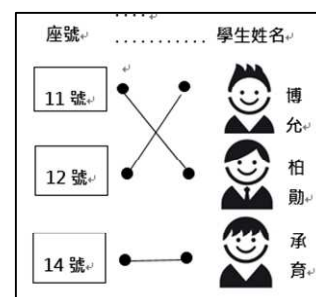
給定一個 _____ 恰好會對應一個 _____，就稱為 y 是 x 的函數。

其中， x 是 _____ 數， y 是應 _____ 數

舉一個例子，班上的同學每一個人都有一个座號，上課點名時，

老師如果叫 12 號同學，那 12 號的博允便會舉手，

如果改叫 14 號同學，那麼就換 14 號的承育舉手了。



像這樣「給定一個 x (座號) 恰好會對應一個 y (同學姓名) 的關係」，就稱為函數。

其中，隨便我們輸入的 x (座號)，我們稱為「自變數」，(可自己決定的變數)

而隨著自變數 x 改變而改變的 y ，則稱為「應變數」。

問題 2:什麼不是函數?

1 個 x 值對應 _____ 個以上的 y 值，或 1 個 x 值沒有對應的 y 值都不是函數。

因為是對應關係，強調每個 x 值，只能對應一個 y 值，

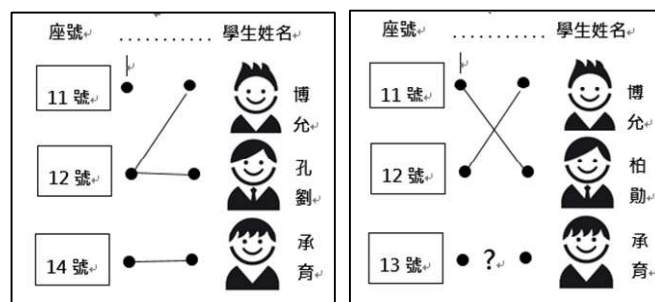
如果給定 1 個 x 值，得到 2 個以上答案或無法算出 y 值，則 y 不是 x 的函數，例如：

老師叫 12 號同學，除了博允舉手外還有孔劉也舉手，

如此就無法確定座號對應哪位學生姓名，

因此，學生姓名(y)就不是座號(x)的函數，

另外，如果叫了座號，無人舉手也不是函數關係。



B.【複習線型函數】【 P. 】

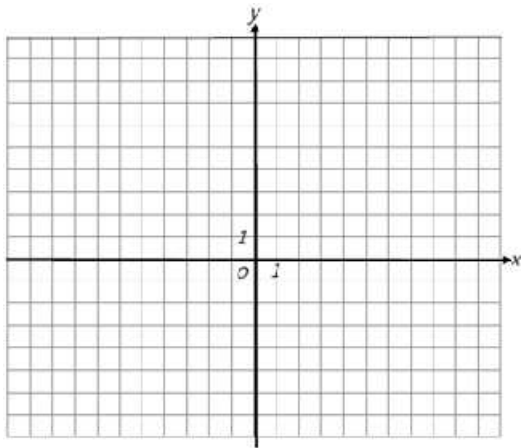
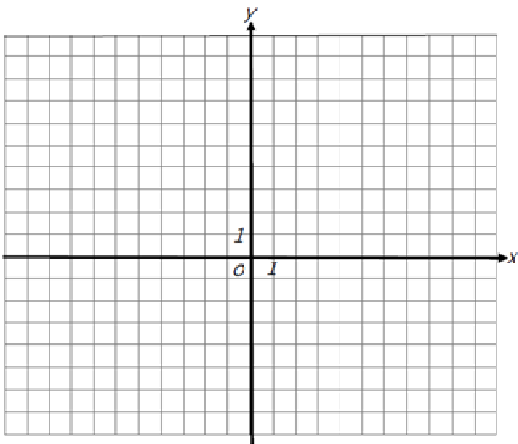


問題 3:什麼是線型函數?

若畫在直角坐標平面上呈現是一直線形狀的函數稱為線型函數(直線型函數)

線型函數包含哪些函數呢?我們先來複習一次函數和常數函數吧!

〔問題與討論〕

函數名稱	一次函數	常數函數
舉例		
圖形	x y 	x y 

[想一想]當自變數 x 的最高次方為二次方時，也就是二次函數，它的圖形會是甚麼樣子呢?

洋蔥數學

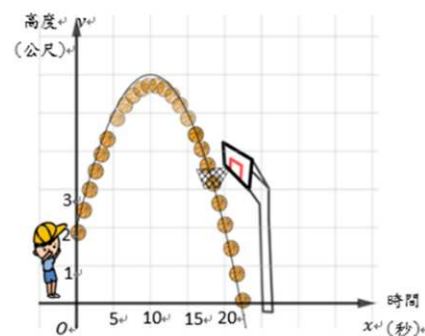


1.二次函數的意義

A.【觀念-認識拋物線】【 P. 】

在上體育課的時候，我們都有過投球的經驗，
我們先來討論投籃時，籃球飛行的路徑圖。

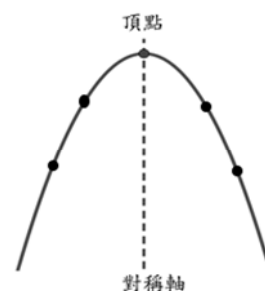
右圖為宥澂投籃的圖片



1. 請問拋球時，籃球飛行的軌跡是直線、折線還是曲線？

2. 籃球飛行的軌跡是否左右對稱？ 是的話，請在圖上畫出對稱軸。

3. 圖形是否有最高點，也就是從哪一點開始向下飛落？請寫出此點座標。



我們發現

拋球時，籃球在空中所經過的軌跡是平滑的曲線，我們稱為拋物線，

拋球時，剛開始球會向上越來越高，到達一個最高的高度 (10, 6)，接著向下掉落，

當以最高的高度為頂點對摺時，左右兩邊的軌跡會對稱，故拋物線是線對稱圖形。

也因為是線對稱圖形，所以我們要取至少 5 個點以上才能描出此圖形的變化，

其中一定要包含最高(低)的高度那一點(頂點)

B.【觀念-二次函數的意義】【 P. 】

問題 1:什麼是二次函數?



形如 $y = ax^2 + bx + c$ ，其中 a _____ 0，自變數 x 的最高次數為二次方的函數，

我們稱為是_____函數

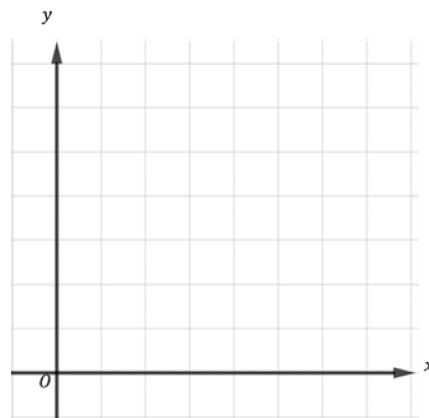
問題 2:二次函數的圖形為何?

利用描點的方式在下面的直角坐標平面上畫出 $y = -x^2 + 4x + 2$ 函數圖形

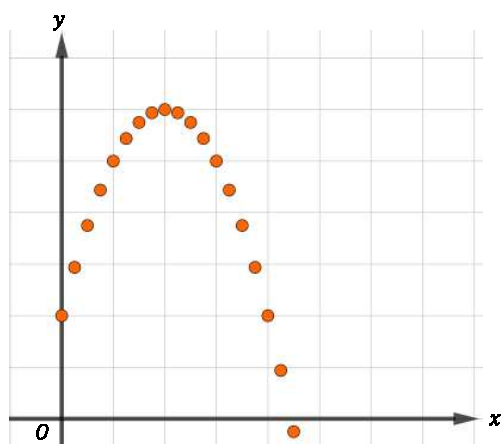
(1)請完成下列未完成的表格

(2)請將表格上的數對 (x,y) 所對應的點描在右圖坐標平面上

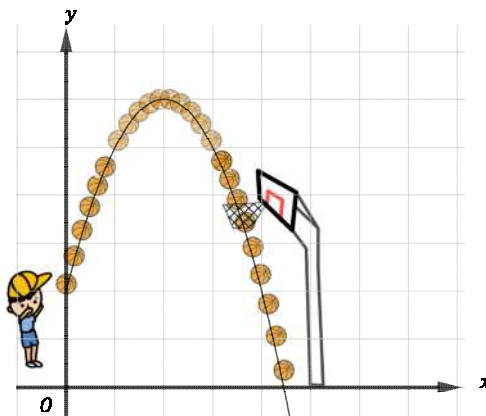
x	0	1	2	3	4
y			6	5	



(3)似乎還看不出來圖形，因此我們再取更多更密集的點！



是不是就跟投籃的軌跡一樣呢？



結論：1. 二次函數的圖形是_____線。而最高(低)點稱為頂點

【例題 1】下列各個函數哪些是常數函數？一次函數？二次函數？

(A) $y = x^2$

(B) $y = 2x$

(C) $y = x^2 + 1$

(D) $y = (x + 1)^2$

(E) $y = 2x + 2^2$

(F) $y = 2$

(G) $y = -x^2 + 3x$

(H) $y = 2^2$

(I) $y = x^2 + 5x - x^2 +$



(1) 二次函數:_____

(2)常數函數:_____

(3) 一次函數:_____

【概念達標】二次函數的意義

請完成課本 P7 隨堂練習

2．單項型的二次函數圖形



洋蔥數學



【例題 2】繪製 $y=x^2$ 的圖形

(1)請完成下列未完成的表格，並畫出圖形

x	-2	-1	0	1	2
y	4				4

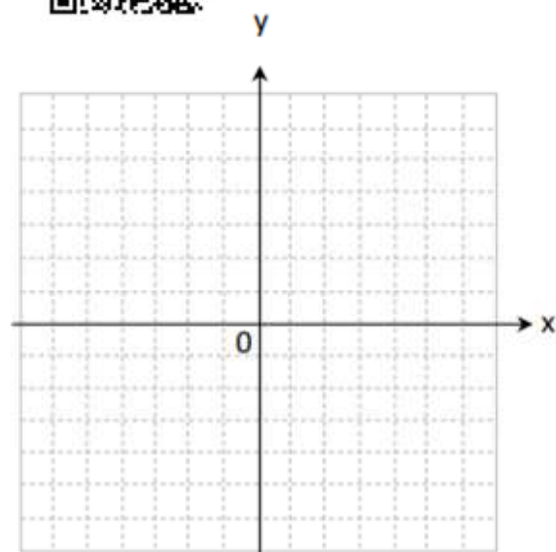
(2)試著用 GGB 操作，檢驗自己圖形上的描點是否正確

(3)二次函數 $y=x^2$ 是頂點在(____, ____)的拋物線

(4)對稱軸為_____

(5)開口向_____, 此圖形有 ☐最高點 ☐ 最低點

(6) (4, 16)的對稱點是_____



GGB 操作

【例題 3】繪製 $y=-0.5x^2$ 的圖形

(1)請完成下列未完成的表格，並畫出圖形

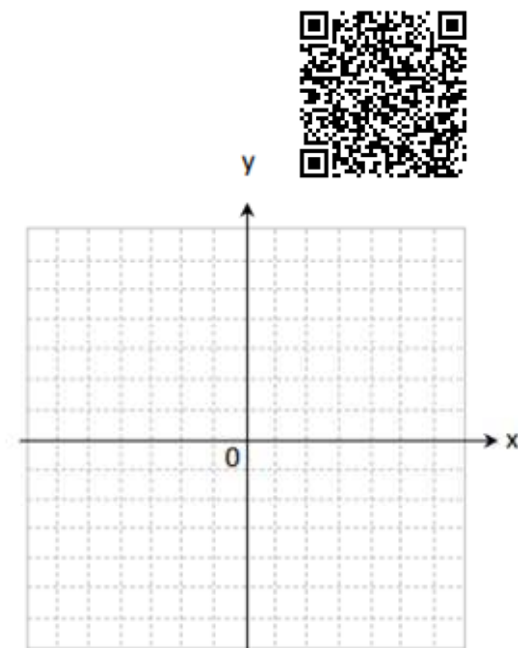
x	-2	-1	0	1	2
y		-0.5		-0.5	

(2)二次函數 $y=-0.5x^2$ 的頂點為(____, ____)

(3)對稱軸為_____

(4)開口向_____, (0, 0)為圖形的 ☐最高點 ☐ 最低點

(5) (-4, -8) 的對稱點是_____



【快速畫法】快速畫出二次函數的圖形

1. 畫 $y = 2x^2 + 1$ 的圖形	2. 畫 $y = 2(x - 3)^2$ 的圖形
最高（低）點： 對稱軸：	最高（低）點： 對稱軸：
3. 畫 $y = 2(x + 1)^2 + 1$ 的圖形	4. 畫 $y = (x - 1)^2 - 5$ 的圖形
最高（低）點： 對稱軸：	最高（低）點： 對稱軸：

【概念達標】單項型的二次函數圖形

請完成課本 P13 和 P15 隨堂練習，自我評量 P40 第 1 題

3.二次函數的開口方向與大小

洋蔥數學



A.【觀念-二次函數 $y = ax^2$ 圖形表徵】【 P. 】

請掃描右圖 qrcode，並移動係數 a 觀察圖形變化

想想看當二次函數為「 $y = ax^2$ 」的形式時，它們的函數圖形會有什麼特性呢？

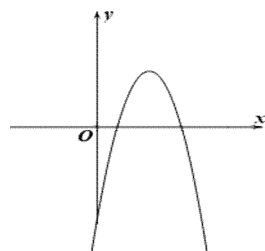
開口方向 GGB

問題 1:二次函數的開口方向與函數的係數 a 有什麼關係呢？

- (1) 當 a 是正數時，開口向_____（填上或下）
- (2) 當 a 是負數時，開口向_____（填上或下）
- (3) 當 a 是 0 時，圖形為_____，是二次函數嗎？_____

(4) () 一個二次函數的圖像如右圖所示，該二次函數

二次項係數 a 可能是多少？ (A) -2 (B) 3 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2.3



問題 2:二次函數的開口大小與函數的係數 a 有什麼關係呢？

(1) 當 $a=0.5、1、1.5、2\dots$ 數字越大時，開口越(大 / 小)

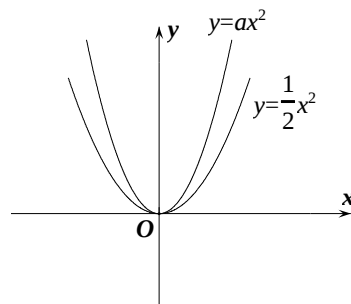
(2) 當 $a=-0.5、-1、-1.5、-2\dots$ (只看數字不看正負符號)

數字越大時，開口越(大 / 小)

(3) 綜上： a 的_____越大，則二次函數圖像的開口越小

(4) () 兩個二次函數的圖像如右圖所示，其中一個是 $y = \frac{1}{2}x^2$ ，

另一個是 $y = ax^2$ ，則 a 可能的值為？(A) 1 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $-\frac{1}{2}$



(5) 當 a 互為相反數時，即 $a=1$ 和 -1 時， $a=2$ 和 -2 時，

此兩個圖形的開口大小是否相同呢？

(掃描右圖 qrcode，觀察看看)



對稱性 GGB

1. (1)上(2)下(3)水平線，不是(4)(A) 2. (1)小(2)小(3)絕對值(4)A (5)相同

結論：二次函數 $y = ax^2$ ，其中 a _____ 0

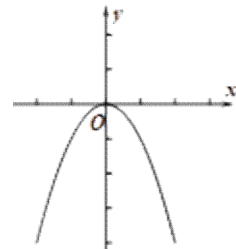
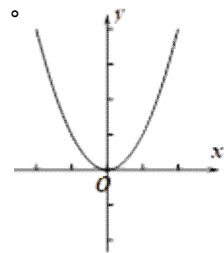
1. 二次函數的圖像是拋物線，也是以_____軸為對稱軸的線對稱圖形。

2. 共通點：頂點是_____，對稱軸是_____

3. 圖形的長相：圖形的向上向下及大小由_____決定

(1) a 的正負 $\begin{cases} a > 0 \text{ _____ 開口朝 _____} \Rightarrow \text{頂點就是最 _____ 點} \\ a < 0 \text{ _____ 開口朝 _____} \Rightarrow \text{頂點就是最 _____ 點} \end{cases}$

(2) a 的數字 $\begin{cases} |a| \text{ 愈大} \Rightarrow \text{開口越 _____} \\ |a| \text{ 愈小} \Rightarrow \text{開口越 _____} \end{cases}$



B. 【觀念-二次函數 $y = ax^2$ 與 $y = -ax^2$ 圖形的對稱性】

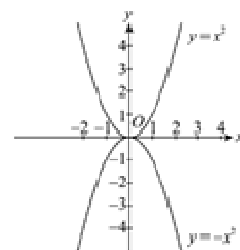
結論：二次函數 $y = ax^2$ 與 $y = -ax^2$ 圖形的對稱性

1. 共通性：頂點座標(____, _____)，對稱軸：_____

2. 開口方向_____，但開口大小_____

3. 兩圖形是以_____軸為對稱軸的線對稱圖形

(即將_____軸對摺，兩圖形會重疊)



【概念達標】二次函數的開口方向與大小

請完成課本 P18 隨堂練習

4. 二次函數的垂直平移



洋葱數學



A. 【觀念-二次函數 $y = ax^2$ 垂直平移】【 P. 】

1. 請根據右圖完成下列表格

函數圖形
(填代號)

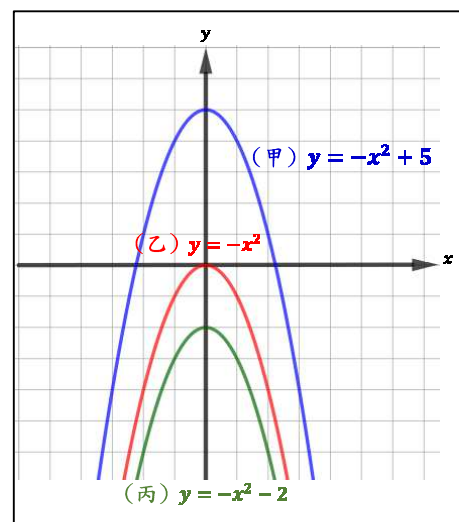
關係式

$$y = -x^2 + 5$$

$$y = -x^2$$

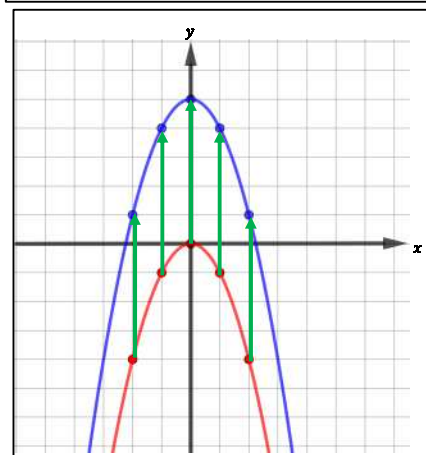
$$y = -x^2 - 2$$

開口 方向	頂點 座標	對稱軸



2. 此三個圖形有何共通性？

3. 此三個圖形開口大小相同嗎？如何判別？



4. 仔細觀察表格上的 y 值及圖形上的點，說明這三個函數的關係

(1) $y = -x^2 + 5$ 上的點都是 $y = -x^2$ 上的點向_____平移_____個單位

(2) $y = -x^2 - 2$ 上的點都是 $y = -x^2$ 上的點向_____平移_____個單位。

結論：二次函數 $y = ax^2 + k$ ($a \neq 0$) 的圖像

1. 函數中的常數 k 影響的是圖形_____的平移

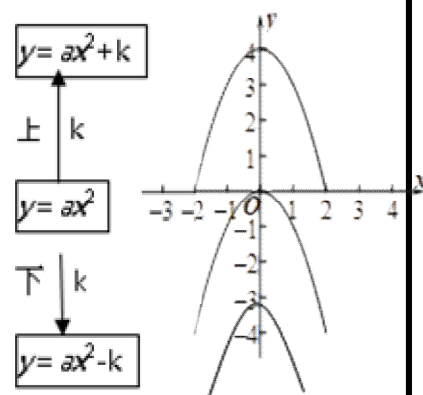
$y = ax^2 + k$ 的圖形的點是 $y = ax^2$ 的圖形經鉛直線移動 k 單位長

(1) 當 $k > 0$ ，圖形向_____移動

(2) 當 $k < 0$ ，圖形向_____移動

2. 平移時，開口大小及方向(有/沒有)改變，對稱軸(有/沒有)改變

3. 頂點會隨著上下平移而改變座標 $(0, 0) \Rightarrow (0, K)$



【例題 4】 $y = ax^2 + k$ 圖形配對

右圖實線為 $y = ax^2$ 圖形

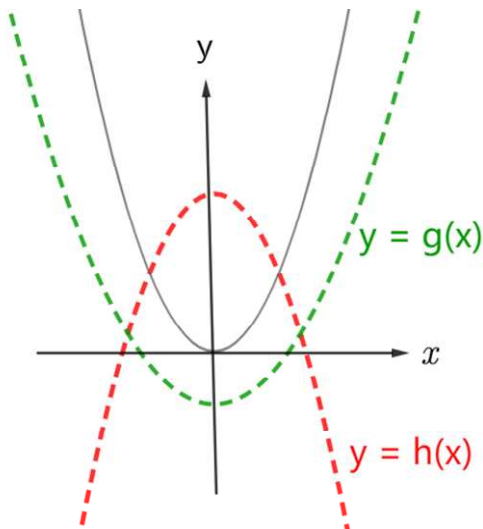
請從下列選項選出最合適的配對

(1) $y=g(x)$: _____

(2) $y=h(x)$: _____

(A) $y = 0.5x^2 + 3$ (B) $y = -x^2 + 3$

(C) $y = 0.5x^2 - 1$ (D) $y = -x^2 - 1$



【例題 5】二次函數的鉛直移動

(1) 若將 $y = 2x^2$ 的圖形下移 3 格，所得到的新圖形為 _____

其開口向 _____，頂點為 _____，對稱軸方程式為 _____

(2) 若將 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的圖形上移 2 格，所得到的新圖形為 _____

其開口向 _____，頂點為 _____，對稱軸方程式為 _____

(3) 若將 $y = ax^2 + k$ 的圖形可看成是 $y = ax^2$ 的圖形經鉛直線移動 k 單位而成

當 $k > 0$ ，圖形向 _____ 移動

當 $k < 0$ ，圖形向 _____ 移動

[想一想] 將拋物線 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$ 向下平移 5 個單位，新圖像的頂點座標是 ()。

(A) $(0, -3)$

(B) $(0, -5)$



【概念達標】二次函數 $y = ax^2$ 垂直平移

請完成課本 P20、P21、P24 隨堂練習，自我評量 P41 第 2 題

想一想(A)

5. 二次函數的水平平移



【觀念-二次函數 $y = ax^2$ 水平平移】【P. 】

1. 如右圖，將二次函數 $y = 2x^2$ 的圖像向右平移 3 個單位，

那麼函數 $y = 2x^2$ 圖像上的點：

(1) $(1, 2)$ 平移後的點座標將變為_____。

(2) $(0, 0)$ 平移後的點座標將變為_____。

(3) $(-2, 8)$ 平移後的點座標將變為_____。

函數圖形
(填代號)

關係式

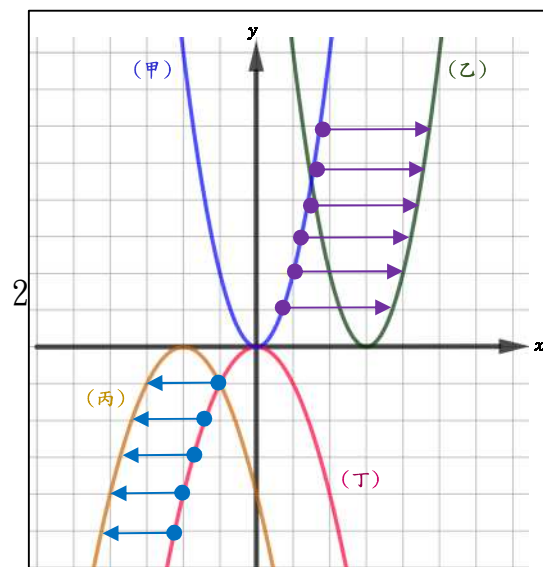
$$y = 2x^2$$

$$y = 2(x - 3)^2$$

$$y = -x^2$$

$$y = -(x + 2)^2$$

開口 方向	頂點 座標	對稱軸



3. 那些函數圖形開口方向及大小一樣？

「_____與_____」的兩個函數圖形開口方向及大小一樣、

「_____與_____」的兩個函數圖形開口方向及大小一樣。

4. 兩個開口方向及大小一樣的函數圖形之間還有什麼關係呢？

(1) 由甲和乙兩圖發現

$y = 2x^2$ 圖形 向_____平移 _____單位，就會和 $y = 2(x - 3)^2$ 重疊。

(2) 由丙和丁兩圖發現

⇒ $y = -x^2$ 圖形 向_____平移 _____單位，就會和 $y = -(x + 2)^2$ 重疊。

5. 二次函數在水平平移的過程中，除了圖形上的點會跟著平移外還有什麼也會跟著平移？

結論：二次函數 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的圖像左右平移 h 個單位時 (口訣:左加右減)

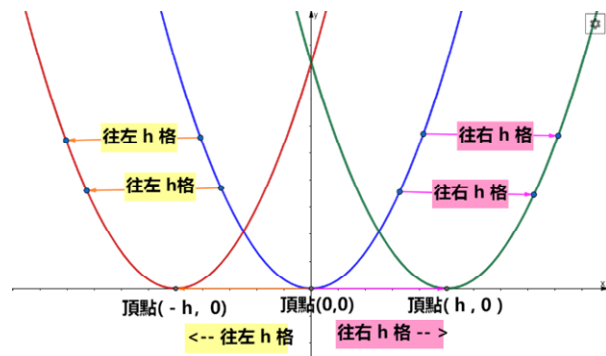
1. 函數中的常數 h 影響的是圖形_____的平移

(1) 把 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的圖像向右平移 h 個單位，

$$y = a(x+h)^2 \quad < \text{---} \quad y = ax^2 \quad \text{---} > \quad y = a(x-h)^2$$

新圖像所對應的關係式為：_____。

頂點座標為(____,____)，對稱軸_____



(2) 把 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的圖像向左平移 h 個單位，

新圖像所對應的關係式為：_____。

頂點座標為(____,____)，對稱軸_____

【例題 6】 $y = a(x-h)^2$ 圖形配對

右圖實線為 $y = ax^2$ 圖形請從下列選項選出最合適的配對

(1) $y=g(x)$: _____

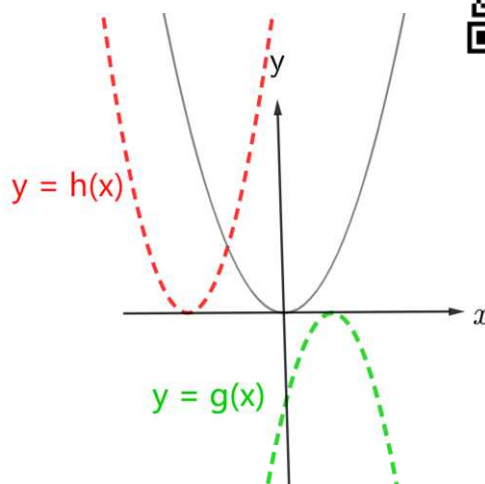
(2) $y=h(x)$: _____

(A) $y = 2(x-2)^2$ (B) $y = -2(x-2)^2$

(C) $y = 2(x+2)^2$ (D) $y = -2(x+2)^2$

(E) $y = 2(x-1)^2$ (F) $y = -2(x-1)^2$

(G) $y = 2(x+1)^2$ (D) $y = -2(x+1)^2$



小小提示：圖形向 右 移 h ， $y = ax^2$ 的底數 x 改成_____ --> $y =$ _____

圖形向 左 移 h ， $y = ax^2$ 的底數 x 改成 _____ --> $y =$ _____

【例題 7】二次函數的水平移動



(1) 若將 $y = 2x^2$ 的圖形左移 3 格，所得到的新圖形為_____

其開口向_____，頂點為_____，對稱軸方程式為_____

(2) 若將 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的圖形右移 2 格，所得到的新圖形為_____

其開口向_____，頂點為_____，對稱軸方程式為_____

(3) 若將 $y = a(x - h)^2$ 的圖形可看成是 $y = ax^2$ 的圖形經水平線移動 h 單位而成

當 $h > 0$ ，圖形向_____移動

當 $h < 0$ ，圖形向_____移動

[想一想] 上題(2)中如果再向右平移 3 個單位所得到的新圖形為_____

【概念達標】描繪二次函數 $y = a(x - h)^2$

請完成課本 P26、P28、P31 隨堂練習，自我評量 P41 第 3 題

想一想： $y = -\frac{1}{3}(x - 5)^2$



6. 二次函数的顶点式

問題 1: 如右圖，將二次函数 $y=x^2$ 的图像任意平移，使得顶点平移到 $(3, -5)$ ，那麼這個二次函数图像平移的方法是

1. 先向_____平移_____个单位长，再向_____平移_____个单位长。

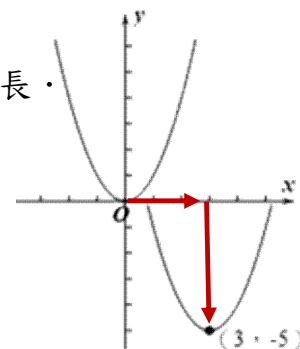
2. 平移过程中，开口大小和方向是否改变？

⇒ 表示函数图形的开口方向、大小与_____相同。

3. 写出平移后的关系式：_____。

4. 对称轴是_____

5. 请你完成下面的表格：



二次函数	开口方向	顶点坐标	对称轴	如何平移
$y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 7$				由 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 图像向_____平移_____个单位， 再向_____平移_____个单位
$y = -(x+2)^2 + 1$				由 $y = -x^2$ 图像向_____平移_____个单位， 再向_____平移_____个单位
$y = -3(2-x)^2 - 4$				由 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 图像向_____平移_____个单位， 再向_____平移_____个单位

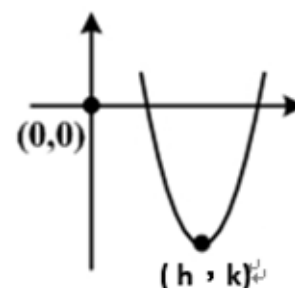
結論: 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 顶点坐标(_____, _____)

1. 此二次函数是 $y=ax^2$

先向_____平移_____个单位长，再向_____平移_____个单位

2. 此函数的开口大小和方向(相同 / 不相同)

3. 此函数的对称轴会跟著顶点而左右移，所以对称轴是_____



【例題 8】 $y = a(x - h)^2 + k$ 圖形配對

右圖實線為 $y = ax^2$ 圖形請從下列選項選出最合適的配對

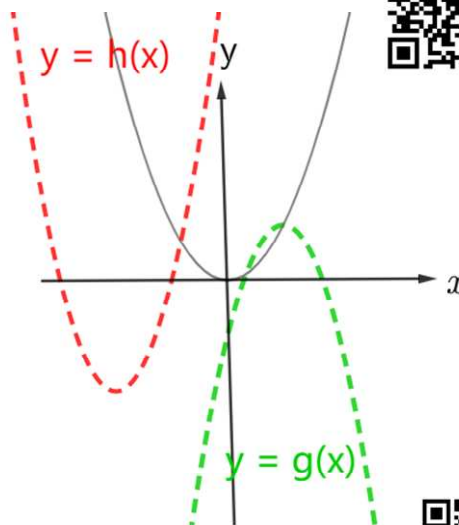
(1) $y = g(x)$: _____

(2) $y = h(x)$: _____

(A) $y = 2(x - 1)^2 + 1$ (B) $y = -2(x - 1)^2 + 1$

(C) $y = -2(x + 1)^2 + 1$ (D) $y = 2(x + 2)^2 - 2$

(E) $y = 2(x + 2)^2 + 2$ (F) $y = 2(x - 2)^2 + 2$



【例題 9】二次函數的平移

1. 將二次函數 $y = 2x^2$ 的函數圖形，向左平移 2 單位，再向下移 3 單位，

(1) 新圖形為 _____

(2) 開口向 _____，頂點 _____，對稱軸方程式 _____

2. 將二次函數 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的函數圖形，向上平移 2 單位，再向右移 1 單位，

(1) 新圖形為 _____

(2) 開口向 _____，頂點 _____，對稱軸方程式 _____



【例題 10】由圖形找方程式

有一個二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 的頂點是 $(-2, -1)$ 而且通過 $(0, 3)$ ，
求此二次函數的方程式



【概念達標】描繪二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$

請完成課本 P3-37 隨堂練習、自我評量 P41 第 3、4 題

B6-1-2 二次函數的最大（小）值

1. 用配方法繪製二次函數:首項係數為 1

【觀念-二次函數的配方法:二次項係數為 1】【 P. 100】

問題 1:二次函數 $y = (x - 1)^2 + 1$ 的頂點是(1,1) 開口向上的圖形，

請問 $y = x^2 - 2x + 2$ 的頂點及圖形為何?

我們發現

$y = (x - 1)^2 + 1$ 展開後是 $y = x^2 - 2x + 2$ ，因此 $y = x^2 - 2x + 2$ 亦為相同圖形，所以在繪製 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的圖形前，我們先調整為 $y = (x - h)^2 + k$ 的形式再來繪製，

結論: 像 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的形式，稱為一般式

像 $y = a(x - h)^2 + k$ ($a \neq 0$) 的形式，稱為頂點式，

必須藉由配方法將一般式化成頂點式，才能看出頂點快速畫出圖形。

【複習：配方法】

$$13^2 = \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}}$$

1 3

x) 1 3

(1) 平方乘開

$$(x-3)^2 = \underline{\hspace{2cm}} x \underline{\hspace{2cm}}$$

x -3

x) $x - 3$

(2) 配成平方

$$x^2 - 6x + \underline{\hspace{2cm}} = (\hspace{1cm})^2$$

x)

 $x^2 - 6x$

一半的平方

(3) 寫成頂點式 $y = x^2 + 8x = (\quad)^2 \underline{\hspace{2cm}}$

x)

 $x^2 + 8x$
$$y = x^2 + 8x + 0$$
$$-y = (x^2 + 8x +$$
$$y = (x \quad \boxed{})^2$$

加 ☐ 就要減 ☐

11

【例題 1】配方法 $y = x^2 - 2x + 2$

$$y = x^2 - 2x$$

$$y = (x^2 - 2x \quad) \quad + 2 \quad (\text{步驟 1: 常數 2 會影響配方法, 先括號隔開})$$

$$y = (x^2 - 2x + \quad) \quad + 2 - \quad (\text{步驟 2: 配成平方, 常數拿出 1 就要減 1, 維持等號平衡})$$

$$y = (x \quad)^2 \quad (\text{步驟 3: 作整理, 寫成頂點式})$$



【例題 2】找出配方法後的二次函數

將二次函數 $y = x^2 - 6x + 5$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式, 並求此圖形的開口方向、頂點及對稱軸。

解: $y = x^2 - 6x + 5$

$$y = x^2 - 6x \quad + \quad - \quad + 5$$

$$y = (x - \quad)^2 \quad - \quad + 5$$

$$y = (x \quad)^2 \quad - \quad$$

答: $y = (x - 3)^2 - 4$, 開口方向向上、頂點 $(3, -4)$ 、對稱軸 $x = 3$ 。

【例題 3】配方法判斷頂點的位置

判斷以下二次函數頂點的象限

(1) $y = x^2 + 4x + 5$ 的頂點在第_____象限

(2) $y = x^2 - 4x + 5$ 的頂點在第_____象限

(3) $y = x^2 + 4x - 5$ 的頂點在第_____象限

(4) $y = x^2 - 4x - 5$ 的頂點在第_____象限



【概念達標】配方法繪製二次函數圖形: 首項係數為 1

請完成課本 P43 隨堂練習

2. 用配方法繪製二次函數: 一般式



【觀念-二次函數的配方法:二次項係數不是 1】【 P. 】

【例題 4】配方法 $y = 2x^2 - 8x + 5$

$$y = 2x^2 - 8x + 5$$

(步驟 1:常數 5 會影響配方法，先括號隔開)

$$= (2x^2 - 8x) + 5 \quad (\text{步驟 2:首項數字 2 要保持是 1，將 2 提(除)出括弧外})$$

$$= 2(x^2 - 4x) + 5 \quad (\text{步驟 3:配成平方，常數多加 4 就要減 4，維持等號的平衡})$$

$$= 2(x^2 - 4x + 2^2 - 2^2) + 5$$

(步驟 4:多餘的常數乘出括弧外放在最後面)

$$2 \times 4$$

$$= 2(x - 2)^2 + 5 - 8 \quad (\text{步驟 5:作整理，寫成頂點式})$$

$$y = 2(x - 2)^2 - 3$$

【例題 5】找出配方法後的二次函數

將二次函數 $y = 3x^2 - 6x + 10$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式，並且求此圖形的開口方向、頂點及對稱軸。

解： $y = 3x^2 - 6x + 10$

$$y = \underline{\quad}(x^2 - \underline{\quad}) + 10$$

$$y = \underline{\quad}(x^2 - \underline{\quad} + \underline{\quad} - \underline{\quad}) + 10$$

$$y = \underline{\quad}[(x - \underline{\quad})^2 - \underline{\quad}] + 10$$

$$y = \underline{\quad}(x - \underline{\quad})^2 - \underline{\quad} + 10$$

$$y = \underline{\quad}(x - \underline{\quad})^2 - \underline{\quad}$$

答： $y = 3(x - 1)^2 + 7$ ，開口方向向下、頂點 (1,7)、對稱軸 $x = 1$ 。

【例題 6】找出配方法後的二次函數

將二次函數 $y = -x^2 - 6x - 9$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式，並畫出函數圖形，且求此圖形的開口方向、頂點及對稱軸。

解：

$$y = -x^2 - 6x - 9$$

原本函數中的 x^2 項係數為「-1」，
將 -1 提出來，所以記得要變號！

$$y = -(x^2 + \quad) - 9$$

$$y = -(x^2 + \quad + \quad - \quad) - 9$$

$$y = -[(x + \quad)^2 - \quad] - 9$$

$$y = -(x + \quad)^2 + \quad - 9$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

前面共同乘以 -1，
所以記得要變號！

答： $y = -(x + 3)^2$ ，開口方向向下、頂點 $(-3, 0)$ 、對稱軸 $x = -3$ 。

【例題 7】【基測 093v2#23】

() 下列哪一個二次函數，其圖形和 $y = 4x^2 - 8x$ 的圖形有相同的頂點？

(A) $y = 2x^2 - 4x$ (B) $y = -2(x + 1)^2$ (C) $y = 2(x + 1)^2 + 4$ (D) $y = -2(x - 1)^2 - 4$



[想一想] 二次函數 $y = 4x^2 - 8$ 的頂點座標

【概念達標】配方法繪製二次函數圖形:首項係數為 1

請完成課本 P45 隨堂練習，自我評量 P56 第 1 題

想一想: $(0, -8)$

3. 二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 的最大 (小) 值



A.【觀念-二次函數的最大(小)值】【P. 】

問題:什麼是二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 的最大(小)值與增減性

在函數圖形上的點，其 y 坐標就是 x 坐標所對應的函數值，

例如「(2,4) 在函數圖形 $y = x^2$ 上」

⇒表示「當 $x = 2$ 時，對應的函數值 $y = 4$ 」。

1. 二次函數的最大(小)值

(1) $a > 0$ 開口向_____，頂點(0,0)為最(高/低)點

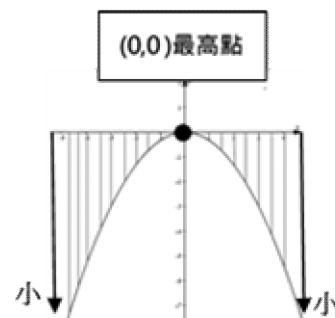
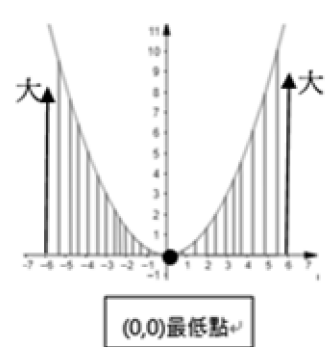
也就是 $y = x^2$ 上的點都不會比(0,0)還要低

⇒即當 $x=0$ 時，有最_____(小/大) y 值是_____

(2) $a < 0$ 開口向_____，頂點(0,0)為最(高/低)點

也就是 $y = -x^2$ 上的點都不會比(0,0)還要高

⇒即當 $x=0$ 時，有最_____(小/大) y 值是_____

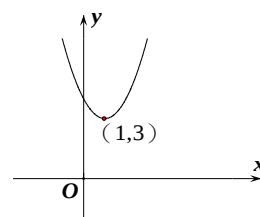


2. 二次函數的最大(小)值指的是_____ (x/y) 的值，等於其函數圖形____(x/y)座標。

3. (1) 二次函數 $y = \frac{1}{2}x^2$ ，該函數有最_____ (大/小) 值為_____。

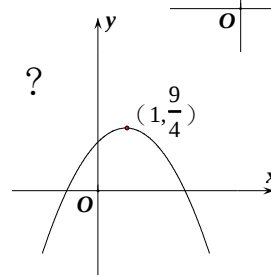
(2) 如右圖所示，圖中所示函數的最大(小)值是()？

(A)最大值1 (B)最小值1 (C)最大值3 (D)最小值3



(3) 如右圖所示，圖中所示函數的最大(小)值是()？

(A)最大值1 (B)最小值1 (C)最大值 $\frac{9}{4}$ (D)最小值 $\frac{9}{4}$



B.【觀念-二次函數的增減性】【P. 】

1. 二次函數的增減性

(1) $a > 0$ 當 $y = a(x - h)^2 + k$ 上的點離頂點越遠時，則 y 值會越來越(小/大)

(2) $a < 0$ 當 $y = a(x - h)^2 + k$ 上的點離頂點越遠時，則 y 值會越來越(小/大)

2.y · y ; 3.(1)小、0 (2)(D) ; (3)(C)

總結：當二次函數開口_____時，頂點為最(低/高)點，函數有最(小/大)值；

當二次函數開口_____時，頂點為最(低/高)點，函數有最(小/大)值。

2. (D)

【例題 8】由式子來判斷最大值或最小值

判斷下列二次函數有最大值或最小值，應求出其值

(1) $y = 2(x - 1)^2 + 2$ 有最_____值，其值為_____

(2) $y = -3(x - 2)^2 + 5$ 有最_____值，其值為_____

(3) $y = -2(x - 3)^2 + 6$ 有最_____值，其值為_____



【例題 9】配方法後判斷最大值或最小值二次項係數不是 1

利用配方法將下列二次函數化為 $y = (x - h)^2 + k$ 的形式，並判斷二次函數的
最大（小）值

(1) $y = x^2 + 4x + 5 =$ _____

在 $x =$ _____時，函數有最_____（大/小）值_____

(2) $y = -x^2 - 2x =$ _____

在 $x =$ _____時，函數有最_____（大/小）值_____



【概念達標】二次函數的最大（小）值

請完成課本 P48、P49 隨堂練習，自我評量 P56 第 2 題

4. 二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 與兩軸交點個數與坐標

問題 1:二次函數的圖形和兩軸的交點個數有幾個呢?

頂點式 $y = a(x - h)^2 + k$ 如何判斷交點個數—畫圖

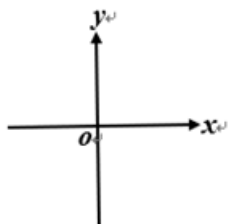
二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 與兩軸即 x 軸和 y 軸的交點個數，我們可藉由畫圖得知

(1) $y = -2(x - 3)^2 + 5$

★ 開口向_____

★ 頂點座標:_____

★ 畫出簡圖

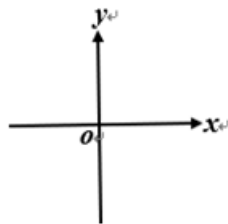


(2) $y = -(x + 1)^2$

★ 開口向_____

★ 頂點座標:_____

★ 畫出簡圖

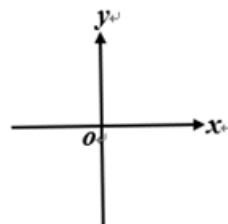


(3) $y = 3(x - 4)^2 + 1$

★ 開口向_____

★ 頂點座標:_____

★ 畫出簡圖



★ 與 x 軸有_____個交點

★ 與 y 軸有_____個交點

★ 與 x 軸有_____個交點

★ 與 y 軸有_____個交點

★ 與 x 軸有_____個交點

★ 與 y 軸有_____個交點

結論: 二次函數與兩軸的交點個數

(1) 與 x 軸交點個數: 分成三種

1. 有兩個交點、 2. 只有一個交點、 3. 沒有交點

(2) 與 y 軸交點個數: 只有一個交點

【例題 10】二次函數與兩軸交點座標觀念判斷

(1) _____ 任意二次函數圖形一定與 x 軸相交

(2) _____ 任意二次函數一定與 y 軸相交

(3) _____ 要找出與 $y = ax^2 + bx + c$ 與 x 軸的交點坐標，可令 $x = 0$ 得到 $y = c$

因此與 x 軸的交點坐標為 $(0, c)$

(4) _____ 若二次函數的頂點在第四象限，且開口向上，此二次函數圖形與 x 軸有兩個交點



問題 2: 如果不求交點個數而是求與兩軸的交點坐標，要如何算？



1. 與 y 軸的交點坐標

二次函數圖形與 y 軸的交點必在 y 軸上，亦即該點 $x = 0$

將 $x = 0$ 代入二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 可得到 $y = \underline{\hspace{2cm}}$

即函數圖形與 y 軸交於 $(\underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}})$

2. 與 x 軸的交點坐標

二次函數圖形與 x 軸的交點必在 x 軸上，亦即該點 $y = 0$

將 $y = 0$ 代入二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 可得到 $ax^2 + bx + c = 0$

即函數圖形與 y 軸交於 $(\underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}})$

解出 x ，即可得到與 x 軸的交點坐標。

【例題 11】 $y = x^2 + 2x - 3$ 與兩軸交點座標

1. 與 y 軸的交點坐標

將 $x = 0$ 代入二次函數 $y = x^2 + 2x - 3$ 可得到 $y = \underline{\hspace{2cm}}$

因此 $y = x^2 + 2x - 3$ 與 y 軸交點為 $\underline{\hspace{2cm}}$

2. 與 x 軸的交點坐標

將 $y = 0$ 代入二次函數 $y = x^2 + 2x - 3$

可得到一元二次方程式 $\underline{\hspace{2cm}}$

將其因式分解後得到 $\underline{\hspace{2cm}}$

因此 $y = x^2 + 2x - 3$ 與 x 軸的交點為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 與 $\underline{\hspace{2cm}}$



【概念達標】二次函數與兩軸的交點個數與坐標

請完成課本 P50、P52、P54 隨堂練習，自我評量 P57 第 4 題

5. 給頂點反求二次函數



【例題 12】給頂點求二次函數

二次函數 $y = x^2 + bx + c$ 的頂點為 $(2, -1)$ ，請填入以下空格求出 b 、 c 的值

解：已知 x^2 的係數為 1，可令二次函數

$$y = (x - \underline{\quad\quad})^2 - \underline{\quad\quad}$$

$$= x^2 - \underline{\quad\quad}x + \underline{\quad\quad}$$

因此， $b = \underline{\quad\quad}$ 、 $c = \underline{\quad\quad}$

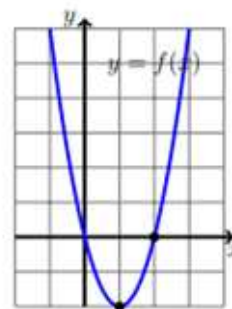
【例題 13】由圖形資訊寫出二次函數

右圖中的二次函數的頂點為 $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$

假設其方程式為 $y = a(x - \underline{\quad\quad})^2 + \underline{\quad\quad}$

因此圖形通過 $(2, 0)$ ，可求出 $a = \underline{\quad\quad\quad}$

其一般式為 $y = \underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$



【概念達標】二次函數與兩軸的交點個數與坐標

請完成課本 P46 隨堂練習，自我評量 P57 第 3、5 題

B6-1-3 二次函數的應用



1.數值問題

【例題 1】兩數的和為 20，求兩數的乘積最大值

若有兩數的和為 20，求此二數相乘的最大值。

1. 假設兩數為 x ，_____，兩數的乘積為 y
2. 列出二次函數 $y =$ _____
3. 將此二次函數化為 $y = (x - h)^2 + k$ 的形式
4. ，得到 $y =$ _____ $\leq$ _____，
5. 即此兩數相乘的最大值為 _____

【例題 2】兩數之差為 20，求兩數的乘積最小值

1. 假設兩數為 x ，_____，兩數的乘積為 y
 2. 列出二次函數 $y =$ _____
 3. 函數圖形與 x 軸交於 _____、_____ 兩點
 4. 函數圖形開口向 _____ (上/下)
 5. 對稱軸為 $x =$ _____，頂點的 x 坐標是 _____
- 此時 y 坐標是 _____ 即此兩數相乘的最小值為 _____

提示：兩個數字的差為 20，可假設兩數中較小的一數為 x ，

代表另外一個數字就比 x 大 20，就是 $x + 20$ 。

也可假設兩數中較大的一數為 x ，

代表另外一個數字就比 x 小 20，就是 $x - 20$ 。



【概念達標】二次函數應用-數值問題

請完成課本 P58 隨堂練習，自我評量 P64 第 1 題

2.面積問題



【例題 3】長度 24 公尺籬笆。圍出最大長方形面積

利用長度 24 公尺的籬笆圍城長方形花圃，該如何圍才能使長方形有最大面積？

1. 假設長為 x 公尺，則寬為_____公尺， y 是花圃面積

2. 列出二次函數 $y =$ _____

3. 此二次函數在 $x =$ _____時， y 有最大值_____

此時花圃長、寬分別為_____公尺、_____公尺



四邊都要圍，所以 $2 \text{ 長} + 2 \text{ 寬} = 24$

【例題 4】長度 40 公尺籬笆。圍 Π 字型

如圖所示，利用 40 公尺的籬笆在牆邊圍出一個長方形菜園，牆邊不圍籬，則所能圍出的長方形最大面積為_____平方公分



1. 假設長為 x 公尺，則寬為_____公尺， y 是菜園面積

2. 列出二次函數 $y =$ _____



只圍三邊，所以 $1 \text{ 長} + 2 \text{ 寬} = 40$

【概念達標】二次函數應用-面積問題

請完成課本 P59 隨堂練習，自我評量 P64 第 2 題

3.定價與銷售量



【例題 5】橘子數產量問題

橘子園種了 50 棵橘子樹，每棵橘子樹年產 1200 個橘子，
若每多種一棵橘子樹，每棵橘子樹的年產量會減少 20 個橘子，
應多種_____棵橘子樹才能使橘子有最大的年產量，此時年產量為_____個橘子

(A) 假設增加_____棵橘子樹，此時橘子有_____個

(B) 產量 y 與 x 的關係式為 $y =$ _____

棵	個

【例題 6】環保筷銷售問題

根據調查，一雙環保筷定價 100 元能賣出 80 雙，
如果定價每減少 10 元，會增加 20 雙的銷售量。

例如：降為 90 元能賣出 100 雙

降為 80 元能賣出 120 雙

請問能否透過降價使得總收入為 10000 元?_____

(A) 假設環保筷降為_____元，此時賣出_____雙

(B) 收入 y 與 x 的關係式為 $y =$ _____



價格	銷售量(雙)

【概念達標】二次函數應用-定價與銷售量

請完成課本 P60 隨堂練習

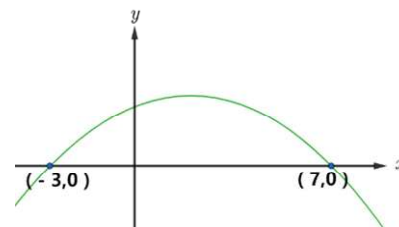
4. 拋體運動



【例題 7】足球從(7,0)至(-3,0)軌跡最高點

_____足球賽中，選手從(7, 0)處踢出一球，球最後落在(-3, 0)處，如右圖，若此球移動路徑為拋物線，下列何者可能式此球最高點的坐標？

- (A) $(\frac{7}{2}, 3)$ (B) (5, 4) (C) (4, 0) (D) $(2, \frac{5}{2})$



【例題 8】水柱問題

地上有噴水孔會噴出水柱，若經過 x 秒後，水柱的柱高為 y 公尺
兩者關係滿足 $y = -8x^2 + 8x$ ，此噴水孔噴出的水柱最高離地面_____公尺



【概念達標】二次函數應用-拋體運動

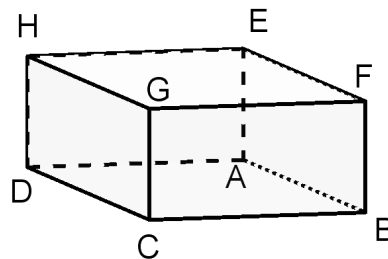
請完成課本 P61 隨堂練習，自我評量 P64 第 3 題

B6-2-1 立體幾何圖形

1.空間中的線和面.

A.【複習:長方體垂直與平行的關係】

下圖為一個長方體，請你找找看並回答以下問題：



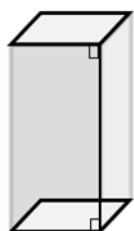
(1) 與長方形 $ABCD$ 垂直的面有哪些呢？_____

(2) 與長方形 $ABCD$ 平行的面有哪些呢？_____

(3) 與稜邊 $\overline{AE}$ 平行的稜邊有哪些呢？_____

(4) 與稜邊 $\overline{AE}$ 垂直的稜邊有哪些呢？_____

我們發現



相對的面
互相平行



相鄰的面
互相垂直



底面與高
互相垂直

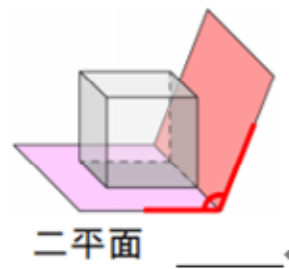
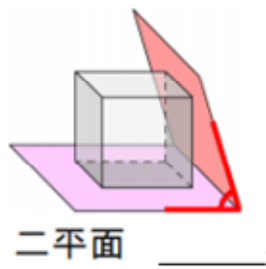
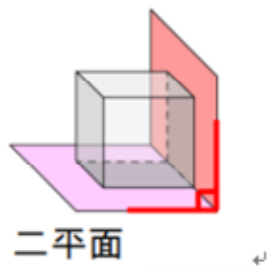
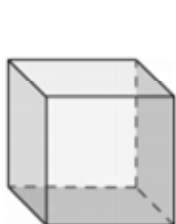


相交於同端
點的邊
互相垂直

B.【觀念:空間中的垂直】

問題 1:如何判斷空間中兩相交平面是否垂直呢?

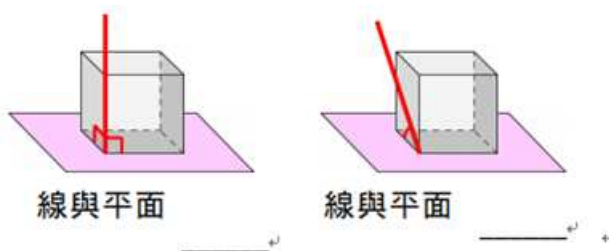
因為長方體任何相鄰兩面都互相垂直，我們可以借用長方體來檢驗



我們發現:與長方體的相鄰兩面緊緊貼合，這兩個平面就互相_____，

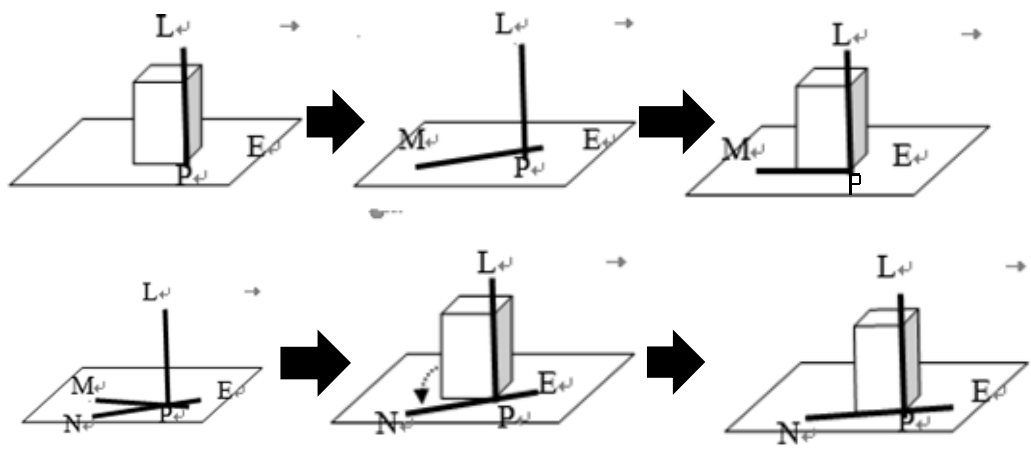
不能與長方體的相鄰兩面密合有空隙的話，這兩個平面就_____。

問題 2:如何判別空間中平面和直線是否垂直呢?



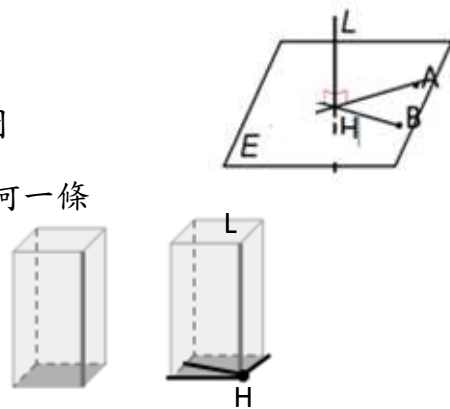
問題 3:如何判別空間中兩相交直線是否垂直?

直線 L 與平面 E 垂直，直線 M 在平面 E 上且和直線 L 交於 P 點



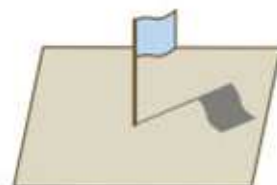
整理

1. 當直線 L 和平面 E 垂直時，可記為 **直線 $L \perp$ 平面 E** ，如右圖
2. 當直線 L 與平面 E 垂直相交於 H 點，則平面上過 H 點的任何一條直線都會與直線 L 互相垂直，如 $\overline{HA} \perp L$ ； $\overline{HB} \perp L$



[問題討論]

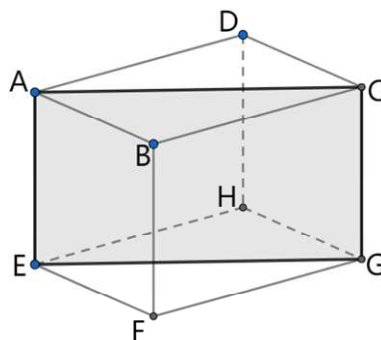
旗杆與操場地面互相垂直，那麼旗杆的影子會與旗杆垂直嗎？



【例 1】長方體中的四邊形

右圖是一個長方體，其中 $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{AE} = 4$ 、 $\overline{AD} = 5$ ：
則四邊形 $ACGE$ 是以下那些形狀？

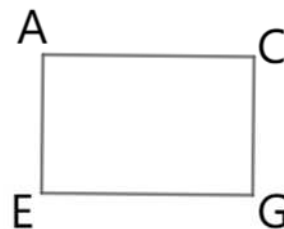
(A)正方形 (B)矩形 (C)平行四邊形 (D)梯形



※生活中的例子：_____

【例 2】長方體中的對角線

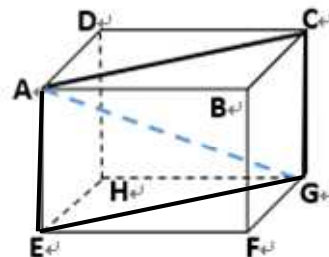
1. 右下圖的長方形中， $\overline{AC} = 5$ 、 $\overline{AE} = 3$ ，則 $\overline{AG} = \sqrt{\quad + \quad} = \quad$



2. 右下圖長方體中， $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{AE} = 3$

(1)因為 $ABCD$ 是矩形，則 $\overline{AC} = \quad$

(2)因為 $ACGE$ 是矩形，則 $\overline{AG} = \quad$



【概念達標】空間中的線和面

請完成課本 P69、70 隨堂練習

【後測檢核】空間中的線和面 ☐通過 ☐再學習



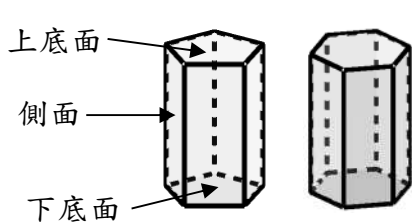
2.角柱



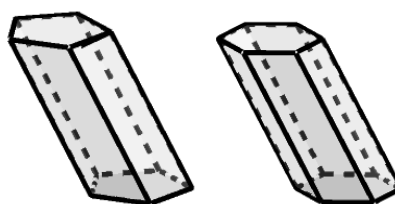
A.【觀念-認識角柱】【 P. 】

直角柱：由上下兩個_____且_____的多邊形底面，加上數個_____形的側面所組成的多面體。

斜角柱：斜角柱的側面是_____形，_____（一定/不一定）與底面垂直。



直角柱



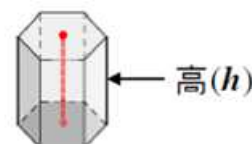
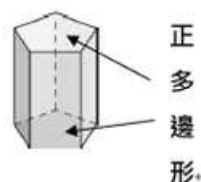
斜角柱

★若無特別說明，通常角柱都是指直角柱。

n 角柱：底面為 n 邊形的角柱稱為_____角柱。

如：底面為五邊形的角柱稱為_____角柱。

正 n 角柱：底面為正 n 邊形的角柱稱為_____角柱。



B.【觀念-角柱的頂點、稜邊、面的數量和展開圖】【 P. 】

角柱	頂點	邊	面	頂點數+面數-邊數
三角柱				
四角柱				
五角柱				
六角柱				
N 角柱				

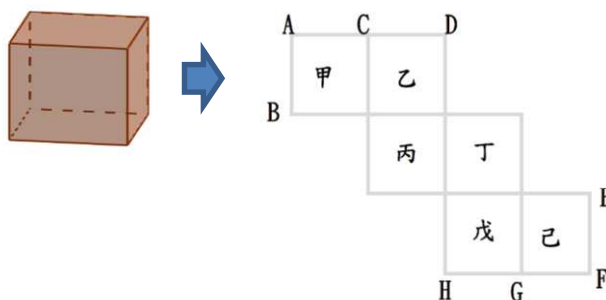
※ n 角柱中 ($n > 2$)，(面數 - 邊數 + 頂點數)的結果一定 = _____

C. 【觀念-角柱的展開圖】【 P. 】

1. 正方體展開圖

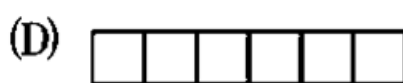
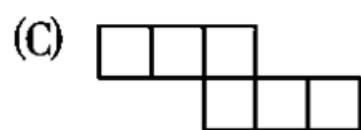
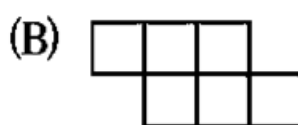
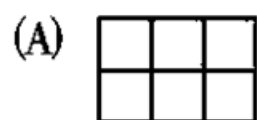
請將右邊展開圖相對的面

用同色筆畫起來



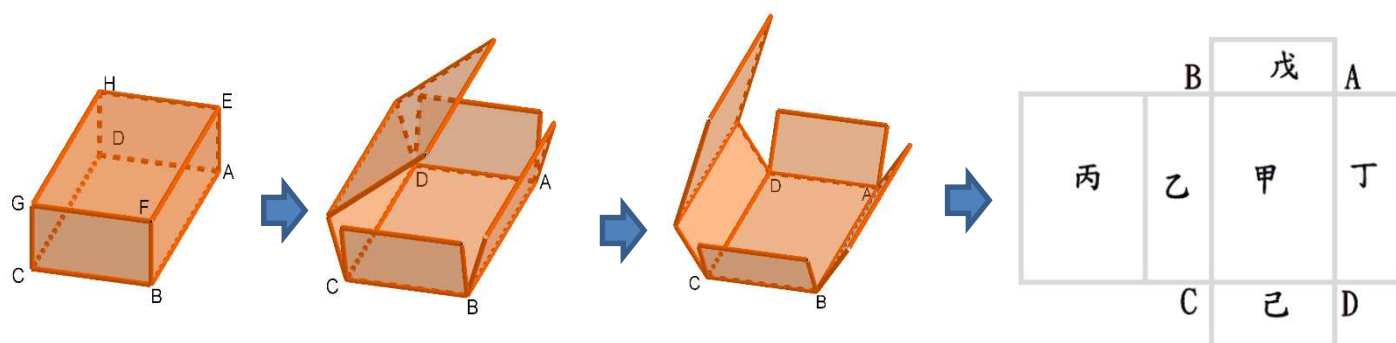
2. 正方體展開圖的判別？

下圖中哪一個是正方體的展開圖？說說看你是如何判斷？



3. 長方體展開圖

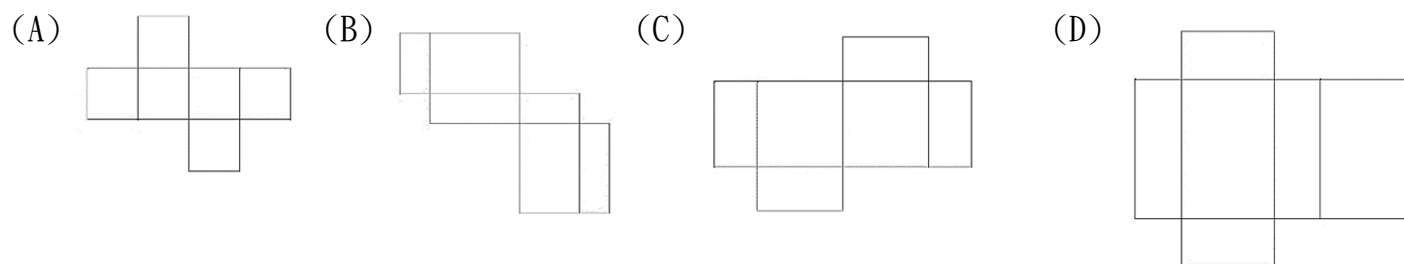
請將右邊展開圖相對的面用同色筆畫起來



【例 3】長方體的展開圖



下列哪些是長方體的展開圖？



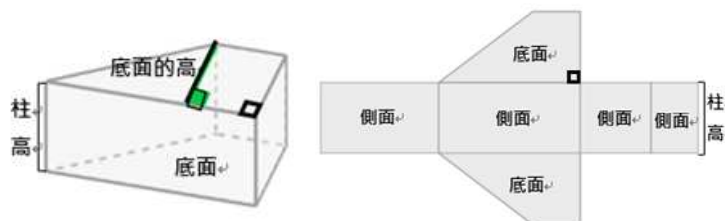
5. 角柱的展開圖

三角柱（舉例 ）		四角柱（舉例 ）	
立體圖	展開圖	立體圖	展開圖
五角柱（舉例 ）		六角柱（舉例 ）	
立體圖	展開圖	立體圖	展開圖

D. 【觀念-角柱的體積與表面積】【 P. 】

1. 柱體的體積＝

★如何找到柱體的底面？

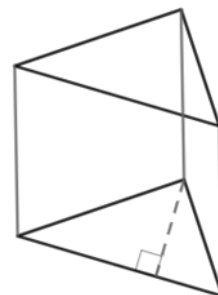


2. 柱體的表面積＝



【例 6】角柱的體積＝_____×_____。

右圖為三角柱，已知其底面三角形的其中一底為 5 公分，高為 4 公分，且柱高為 6 公分，則此三角柱底面面積為_____平方公分，體積為_____立方公分。

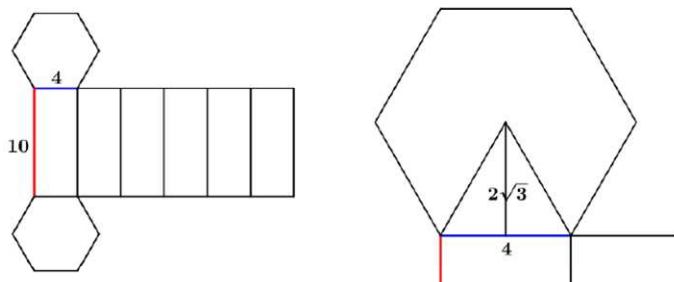


【例 7】角柱的表面積 = _____ + _____



已知底面的邊長為 5 公分，且柱高為 8 公分，則此六角柱底面的面積為 _____ 平方公分

表面積為 $2 \times$ _____ $+ 6 \times$ _____ = _____ 平方公分

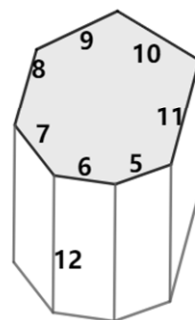


【例 6】角柱的側面積 = 所有側面矩形面積總和 = _____ $\times$ 柱高



右圖為 7 角柱，底面邊長為 5、6、7、8、9、10、11 公分

- (1) 此柱體底面的周長為 _____ 公分
- (2) 此柱體的側面面積為 _____ 平方公分



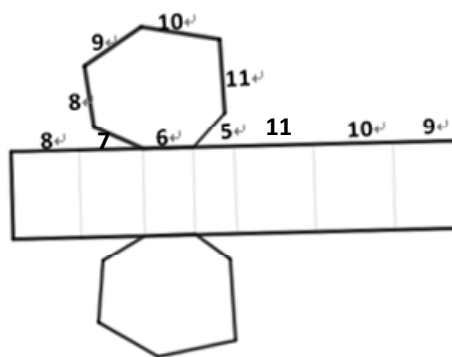
[想一想] 角柱的側面展開的矩形中，長和底面邊長有何關係？

我的發現 所有側面矩形所組成的大矩形中，其長剛好是底面的周長，寬是角柱的柱高。

【概念達標】角柱

請完成課本 P72~75 隨堂練習

自我評量 P89 第 1.2 題



3.立體圖形-圓柱

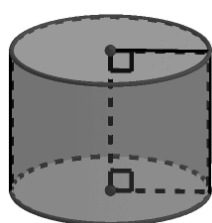


A. 【觀念-認識圓柱】【 P. 】

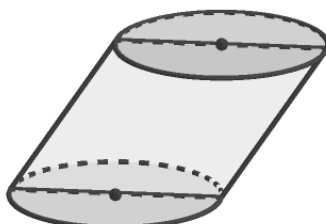
圓柱： 上下底面為_____所組成的柱體。

直圓柱： 兩底面圓心的連線與兩底面_____（垂直/不垂直），反之稱為斜圓柱

其圓心連線段的長稱為此直圓柱的高



直圓柱



斜圓柱

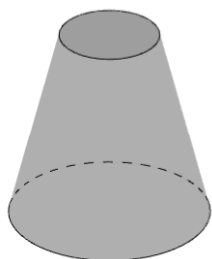
★若無特別說明，通常圓柱都是指直圓柱。

【例 7】判斷圓柱

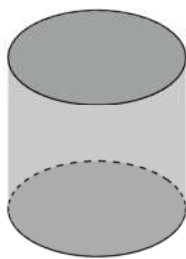
_____ 試判斷下列哪些圖形為圓柱？



(A)



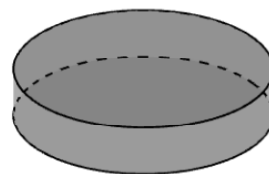
(B)



(C)



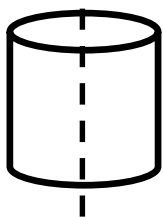
(D)



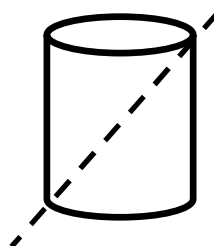
B. 【觀念-圓柱展開圖】【 P. 】

★ 1. 畫出側面展開圖，並說明側面所展開的是什麼圖形？

★ 2. 側面圖形的長和寬和與圓柱有什麼關係呢



[想一想] 還有不同的展開圖嗎？

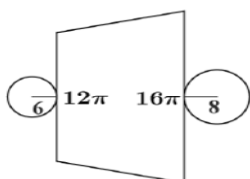


【例 8】圓柱側面的一邊是圓柱底面的_____

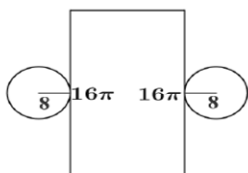
_____ 下列幾張圖中，哪些是圓柱的展開圖？



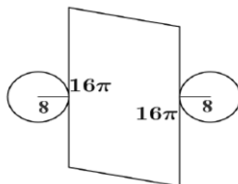
(A)



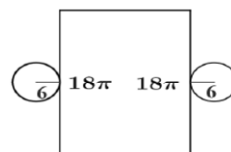
(B)



(C)



(D)

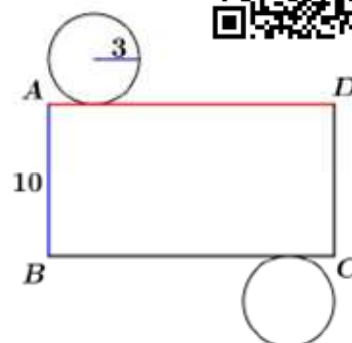


【例 9】圓柱展開圖

右圖為圓柱展開圖，其中底圓半徑為3 公分，柱高為10 公分

若此展開圖中間矩形ABCD中 $\overline{AB}$ 的長度為10 公分，

則 $\overline{AD}$ 長度為_____ 公分。



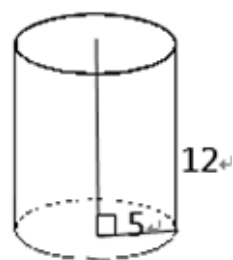
C. 【觀念-圓柱表面積】【 P. 】

【例 10】圓柱的表面積=_____+_____

右圖為底面半徑 5 公分，柱高 12 公分的圓柱

請回答以下問題

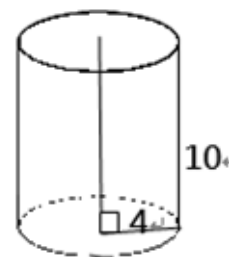
- (1) 圓柱的底面面積為_____平方公分
- (2) 圓柱的底面周長為_____公分
- (3) 若側面矩形的長為 12 公分，寬應該為_____公分，所以面積為_____平方公分
- (4) 此圓柱的表面積為 $2 \times$ _____ $+$ _____
=_____



【例 11】圓柱的體積=_____×_____

右圖為底面半徑 4 公分，柱高 10 公分的圓柱，此圓柱的底圓面積為_____平方公分

體積為_____立方公分。



【概念達標】圓柱

請完成課本 P76~79 隨堂練習自我評量 P89 第 3 題

【後測檢核】柱體 ☐通過 ☐再學習

4.立體圖形-角錐



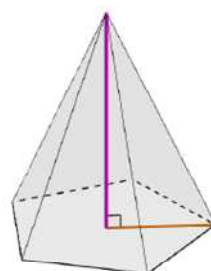
A. 【觀念-認識角錐】【 P. 】

1. n 角錐

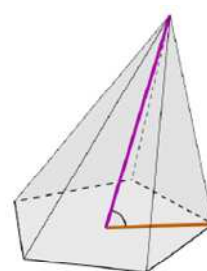
2. 正角錐：

斜角錐：

★課本中若無特別說明，指的都是：_____



正角錐



斜角錐

B. 【角錐的頂點、邊、面】【 P. 】

角錐	頂點	邊	面	頂點數+面數-邊數
三角錐				
四角錐				
五角錐				
六角錐				
N 角錐				

★. 金字塔是什麼形體?_____





【例 12】角錐展開圖



角錐的展開圖不只一種。

角錐展開圖中，側面三角形的底邊都會對應到底面唯一的邊。

三角錐側面三角形中，兩腰的長度可能與底面多邊形邊長相等。

八角錐側面三角形中，兩腰的長度可能與底面多邊形邊長相等。

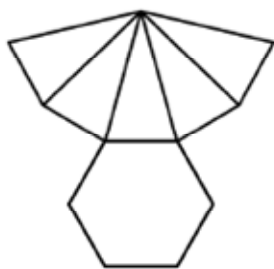


【例 13】合理的角錐展開圖

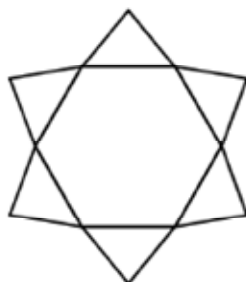


請找出下列合理的六角錐展開圖，並找出其他展開圖錯誤的原因。

(A) 正確 (B) 少一個面 (C) 側面邊長無法構成角錐 (D) 有側面會重疊









【概念達標】角錐

請完成課本 P81 隨堂練習；自我評量 P90 第 4 題

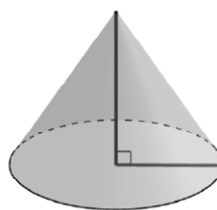
5. 立體圖形-圓錐

A. 【觀念-認識圓錐】【 P. 】

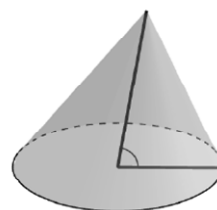


1. 直圓錐：

斜圓錐：



直圓錐

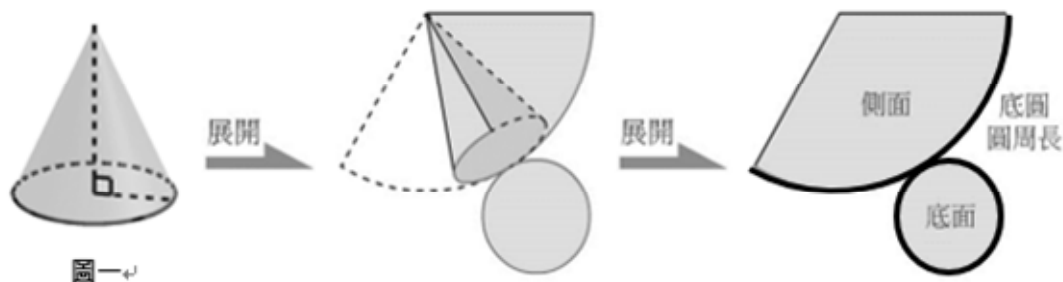


斜圓錐

★課本中若無特別說明，指的都是：_____

2. 哪一種旗子轉一圈，可以形成圓錐？

B.【圓錐展開圖】【 P. 】



(1)圓錐側面展開後是什麼形狀?_____

(2)側面扇形半徑 R 是哪一段?底圓半徑 r 是哪一段?(請將 R 、 r 標示在圖一)

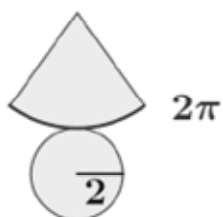
(3)其扇形弧長和圓形底面有何關係?

圓錐展開後，側面是_____形，扇形的弧長會等於底圓的_____

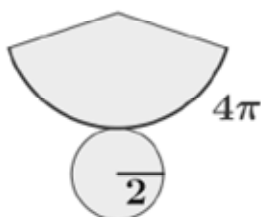
【例 14】圓錐展開圖

下列何者是合理的圓錐展開圖?_____

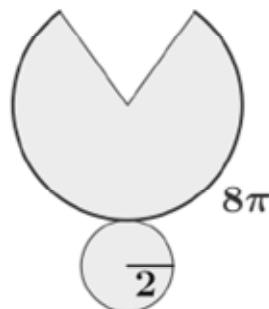
(A)



(B)



(C)

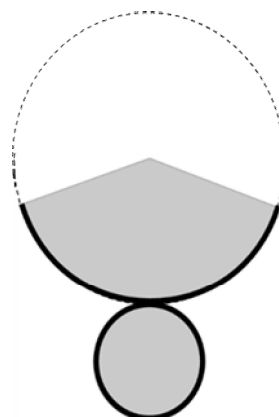


底圓圓周長 = 扇形弧長

$$2 \times \text{底圓半徑} \times \pi = 2 \times \text{扇形半徑} \times \pi \times \frac{\text{圓心角度數}}{360}$$

【例 15】圓錐展開圖

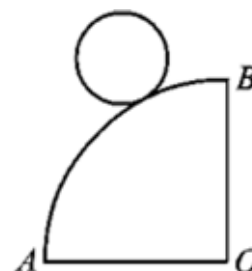
底圓半徑5 公分的圓錐展開圖中，若展開後的扇形半徑為15 公分，
此扇形的圓心角為_____度。



【例 16】圓錐展開圖

右圖為一圓錐的展開圖，若扇形半徑 $\overline{AO} = 12$ ， $\widehat{AB} = 6\pi$ ，試求

- (1)底圓的半徑
- (2) $\angle AOB$ 的度數



C.【圓錐展開圖的底圓與扇形關係】【 P. 】

有一圓錐的底圓半徑為 r 公分，展開後的扇形半徑為 R 公分，請回答以下問題：



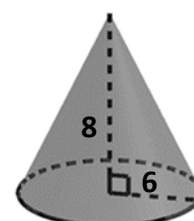
- (1)底圓周長為_____ 公分。
- (2)扇形弧長為_____公分。
- (3)扇形的圓心角為_____度。
- (4)扇形面積為_____平方公分。



★扇形面積的兩種算法

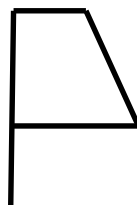
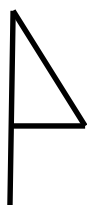
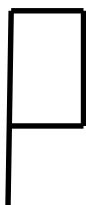
【例 17】扇形面積

右圖是一個圓錐，其中底面圓半徑為 6 公分，錐高為 8 公分，
將此圓錐展開後，扇形半徑為_____公分，扇形部分的圓心角為_____度，
此圓錐的表面積為_____。[提示：畫出圓錐展開圖]



D.【旋轉體與圓錐、圓柱】【 P. 】

1. 旗子轉一圈會得到什麼圖形？



[想一想] 如何轉出空心圓柱？

【概念達標】圓錐

請完成課本 P83~84 隨堂練習；自我評量 P90 第 5 題

【後測檢核】錐體 ☐通過 ☐再學習

習作 2-1 和第二章總習題



重點筆記

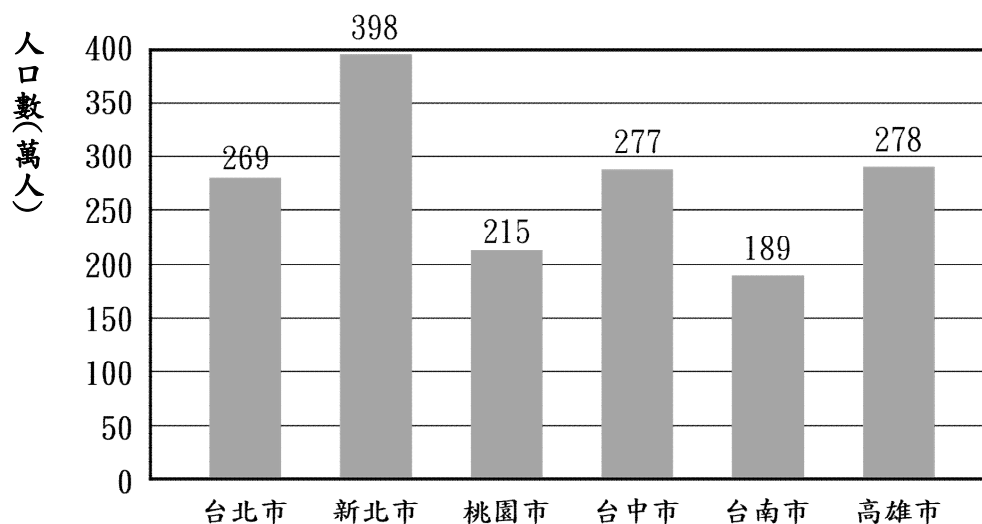
B6-3-1 資料整理與統計圖表

1. 統計圖表

A. 【常見的統計圖表】【P. 】

【例題 1】認識長條圖

下表為台灣六個直轄市在 2017 年 1 月人口數的長條圖。根據下表回答以下是非題：

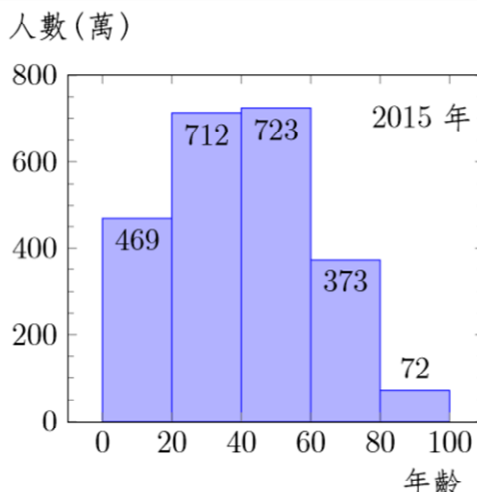
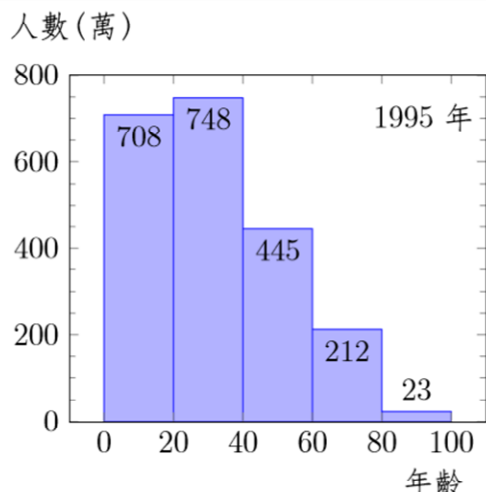


- (1) _____ 在這六個直轄市中，人口最多的是台北市。
- (2) _____ 在此圖中，台中的人口比高雄少大約 1 萬人。
- (3) _____ 台北市、新北市的人口總和超過 650 萬人。
- (4) _____ 台灣人口約有 2350 萬人，其中台北市、新北市、桃園市的人口總和超過台灣總人口的 $\frac{1}{3}$ 。
- (5) _____ 台灣人口約有 2350 萬人，六個直轄市的人口總和超過台灣總人口的 $\frac{2}{3}$ 。
- (6) _____ 六都的人口數都大於 200 萬人。
- (7) _____ 從這個表可以看出，新北市的人口密度(人口數除以面積)比台北市高。

【例題 2】認識直方圖



下圖為台灣 1995 年以及 2015 年人口結構的統計直方圖，根據圖表回答下列是非題：



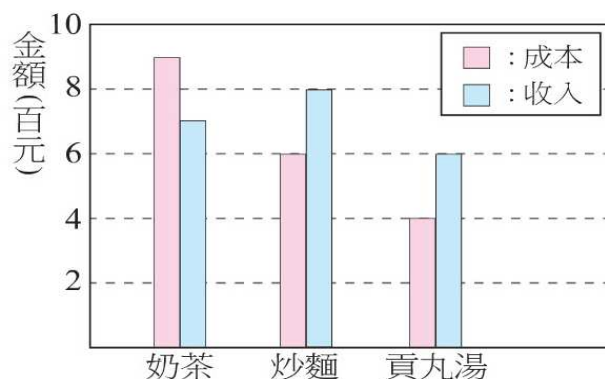
- (1) _____ 1995 年人口結構中 20~40 歲的青壯年人口數相對於其他年齡層是最多的。
- (2) _____ 2015 年 40 歲以下的人口數大約有 1181 萬人。
- (3) _____ 1995 年到 60 歲以上的老年人口數明顯比 2015 年的多。
- (4) _____ 從 1995 年到 2015 年，40 歲以下的人口數明顯變少了。
- (5) _____ 從 1995 年到 2015 年，0 歲~20 歲的青少年經過 20 年後，變成 20~40 歲的青壯年人口數，成長了四萬人。

<延伸思考> 有可能是那些因素造成同一個群體的人口數增加了？

【例題 3】【基測 094v1#11】

園遊會上，小平班上分三組，分別賣奶茶、炒麵、貢丸湯。下圖示活動結束後，此三組收入與成本的統計圖。若投資報酬率 = 收入 - 成本，根據此圖判斷哪一種食品的投資報酬率最高？

- (A) 奶茶 (B) 炒麵 (C) 貢丸湯 (D) 一樣高



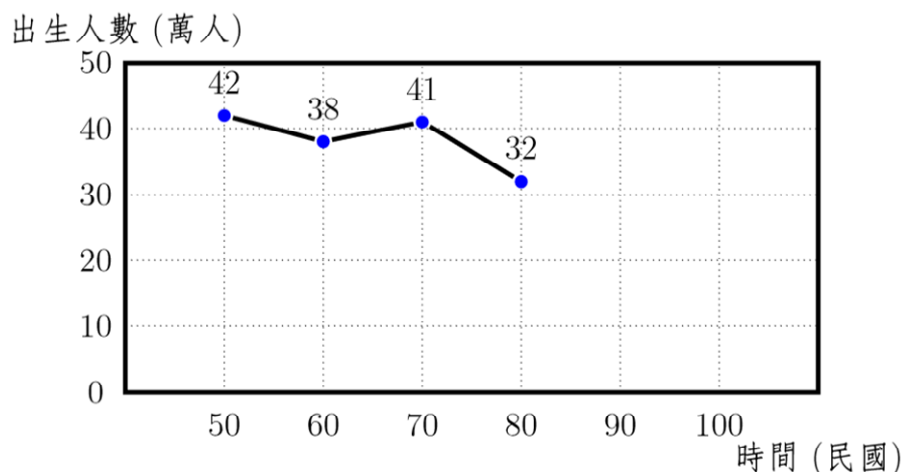
【例題 4】認識折線圖



下表為台灣人口出生數量(單位萬人)：

時間(民國)	50 年	60 年	70 年	80 年	90 年	100 年
出生人數(萬人)	42	38	41	32	26	20

1. 請協助完成以下表格的折線圖：



2. 是非題：

- (1) _____ 民國 80 年出生的人數大約 26 萬人。
- (2) _____ 民國 60 年出生的人數比民國 70 年出生的人數多。
- (3) _____ 民國 100 年出生的人數約為民國 70 年的一半。
- (4) _____ 從圖表中可看出台灣出生人口從 70 年後，每隔 10 年出生人數是越來越少。

A. 【次數分配---未分組資料】【P. 】

★請先預習課本，了解「次數分配表」及其統計圖表的繪製。

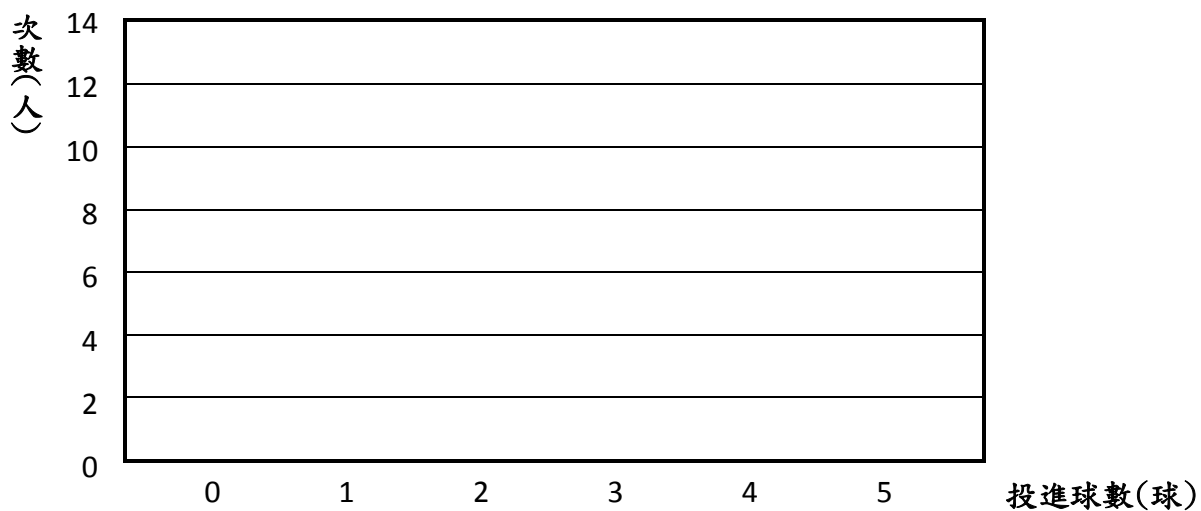
籃球社 40 位同學，每人投籃 5 次的投進球數紀錄如下：

0、0、0、0、1、1、1、1、1、1、1、1、2、2、2、2、2、2、2、2、
2、2、2、2、3、3、3、3、3、3、3、3、4、4、4、4、4、5、5、5、5

1. 請將上述資料做成「次數分配表」：

投進球數(球)	0	1	2	3	4	5	合計
次數(人)							40

2. 製作上表的「次數分配長條圖」：



3. 回答下列問題：

(1) 投進球數為 0 球、1 球或 2 球的共有多少人？

(2) 投進球數大於或等於 4 球的共有幾人？占全體人數的幾分之幾？

[想一想] 請問本題資料是否能用直方圖呈現？

B.【次數分配---已分組資料】【P. 】

教練針對這 40 位同學做了籃球常識測驗，成績紀錄如下表。

編號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
成績	52	45	60	56	32	70	62	75	63	56	74	67	82	57	73	63	55	48	82	65
編號	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
成績	46	76	62	38	87	64	67	75	61	50	78	56	89	67	92	76	95	69	84	75

1. 請將上述資料做成「次數分配表」：

成績(分)	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
計數符號欄							
次數(人)							

[想一想]

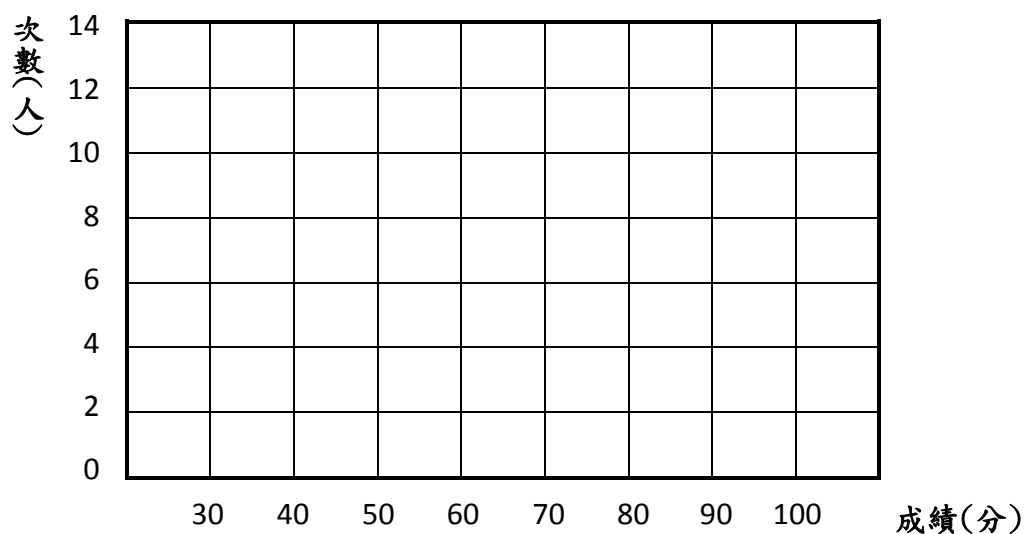
(1) 60 分在哪一組？100 分在哪一組？

(2) 及格有多少人？不及格有多少人？

(3) 哪一組的人數最多？哪一組的人數最少？

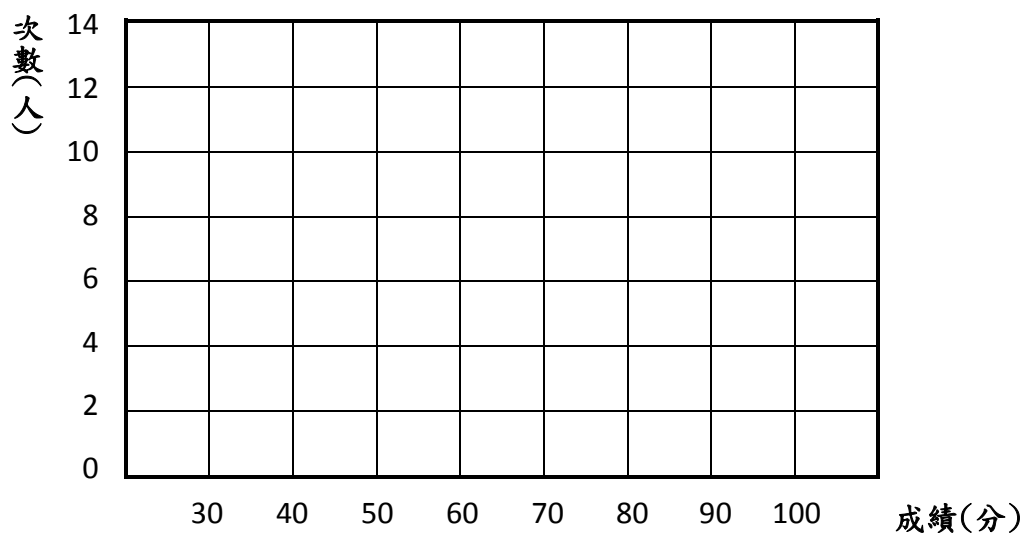
(4) 70~80 分的有幾人？50~70 分的有幾人？80 分以上（含 80 分）有幾人？

2. 承上題，製作上表的「次數分配直方圖」：



[想一想] 說明直方圖和長條圖的差別？

3. 承上題，製作上表的「次數分配折線圖」：



[想一想] 說明直方圖和折線圖的差別？

【例題 6】

下圖為 A、B 廠牌的手機近年來分別在市場上占有率的折線圖，試問：



(1) A 廠牌的手機在市場的占有率是逐年上升還是下降？

(2) B 廠牌的手機在市場的占有率是逐年上升還是下降？

【例題 7】

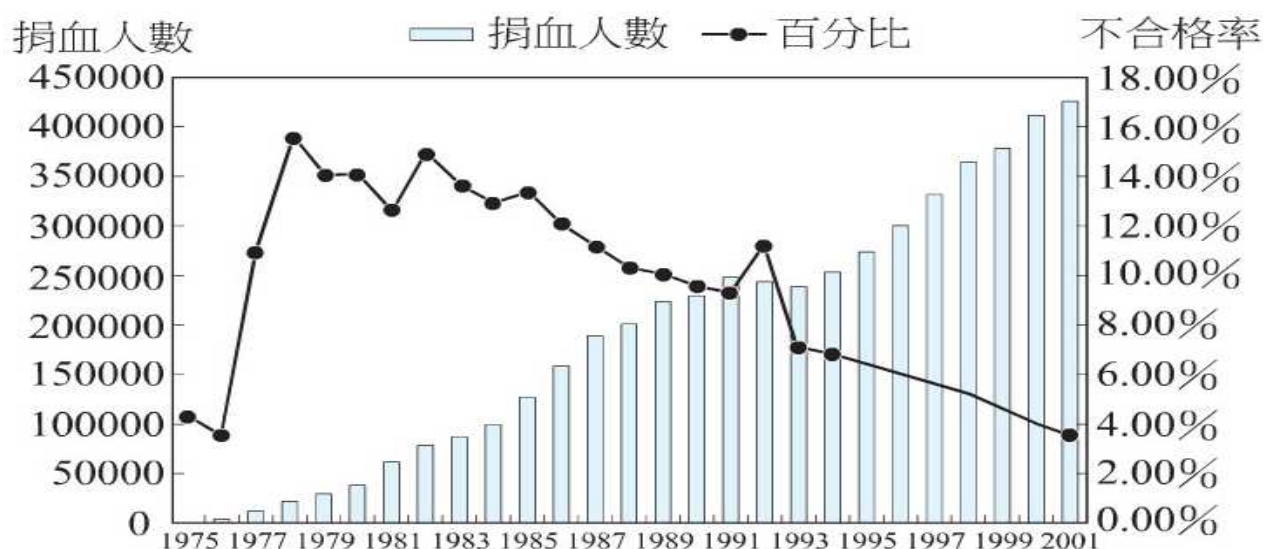
下圖是某捐血中心歷年檢驗不合格總數比率分析圖。依此圖判斷下列敘述何者錯誤？

(A) 1977 年的捐血人數比 1985 年少

(B) 1977 年捐血不合格率比 1985 年低

(C) 1979 年捐血人數比 2001 年多

(D) 1979 年捐血不合格率比 2001 年高



C.【相對次數】【P. 】

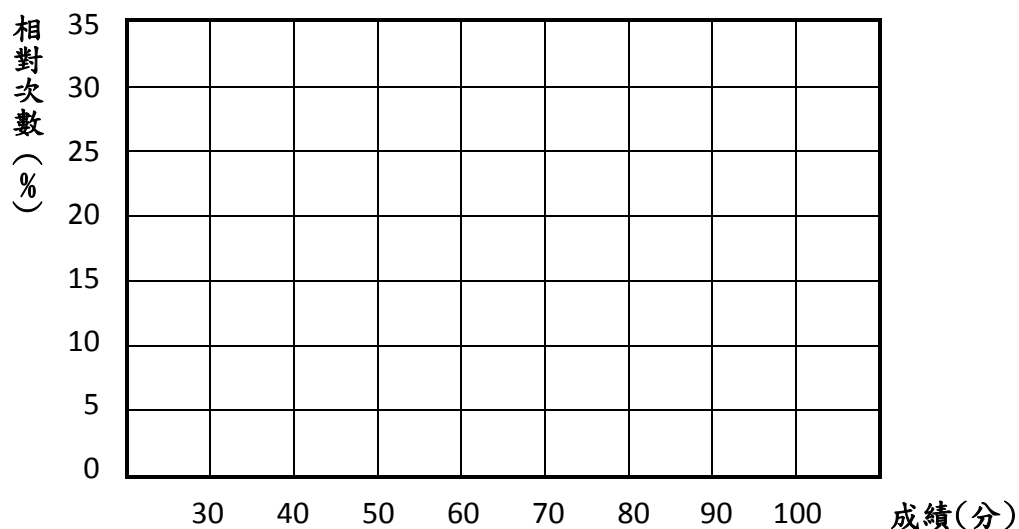
★請先預習課本，了解「相對次數分配表」及其統計圖表的繪製。

1. 請依下表資料完成「相對次數分配表」：

成績(分)	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	合計
次數(人)	2	3	7	12	9	5	2	
相對次數(____)								

★試說明：相對次數如何計算？相對次數的單位？

2. 製作上表的「相對次數分配直方圖」：

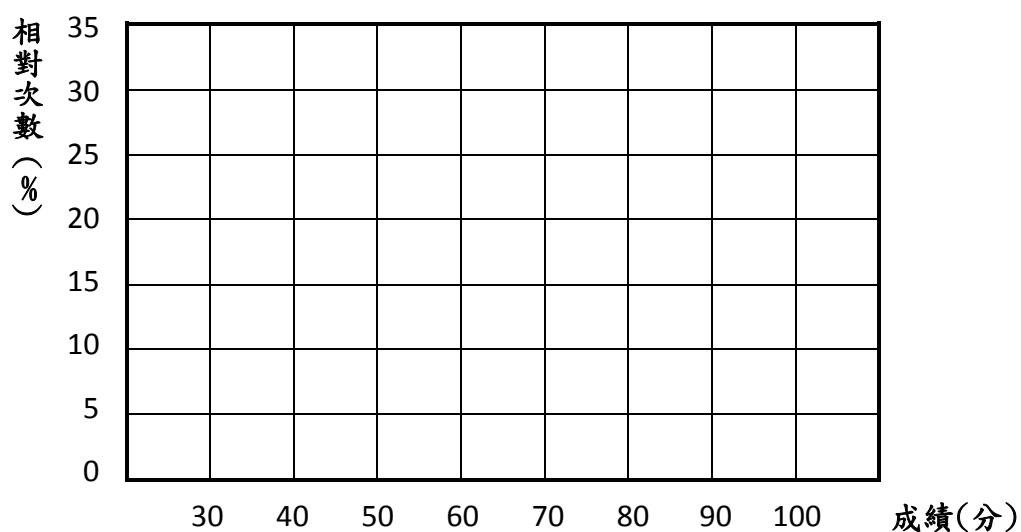


(1) 人數最多的那一組占全體人數的百分比是多少？

(2) 成績不及格（未滿 60 分）者占全體人數的百分比是多少？

(3) 80 分以上（含 80 分）者占全體人數的百分比是多少？

3. 承上題，製作上表的「相對次數分配折線圖」：



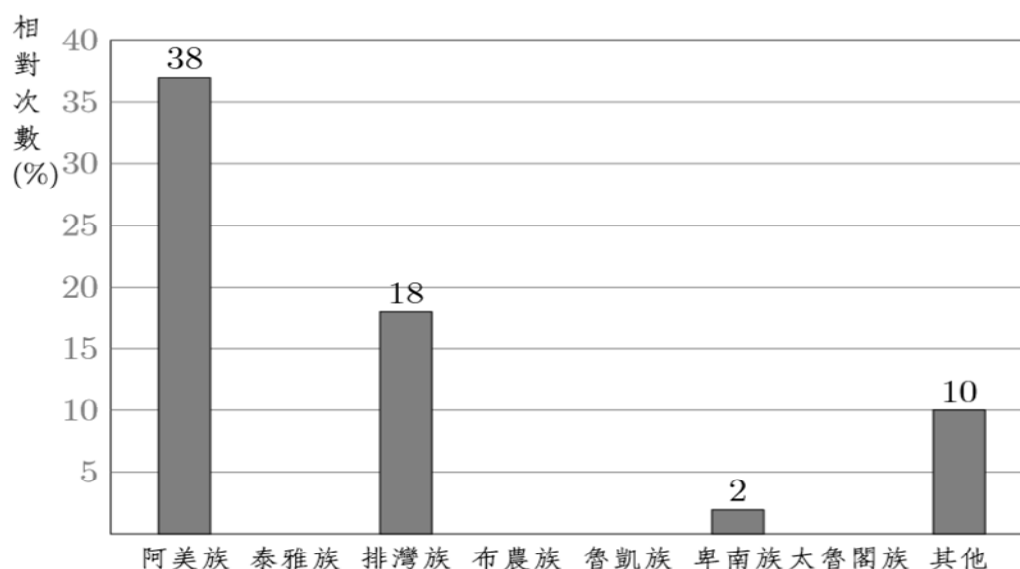
【例題 8】

1. 如下表是 2010 年台灣原住民各族的人口數。請完成以下相對次數與累積相對次數分配表。

原住民族民	人數(千人)	原住民族民	相對次數(%)
阿美族	187	阿美族	37
泰雅族	81	泰雅族	
排灣族	90	排灣族	18
布農族	52	布農族	
魯凱族	12	魯凱族	
卑南族	12	卑南族	2
太魯閣族	27	太魯閣族	
其他	49	其他	10



2. 請繪製完成相對次數分配長條圖。



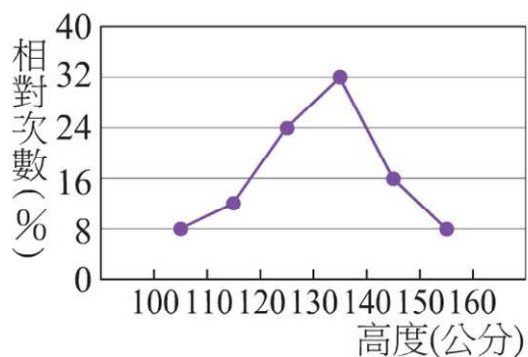
3. 根據上表回答下列是非題：

- (1) _____ 台灣 2010 年人口數最多的原住民族是阿美族。
- (2) _____ 2010 年泰雅族的人口數超過原住民總人口數的五分之一。

【例題 9】

下圖為博允班上同學跳高的高度相對次數分配折線圖，則：

- (1) 跳高高度介於 130~150 公分者所占的百分比是多少？
- (2) 若跳高高度為 100~110 公分的有 2 人，則在 130 公分以上(含 130 公分)的人數為多少？



D. 【累積次數】【P. 】

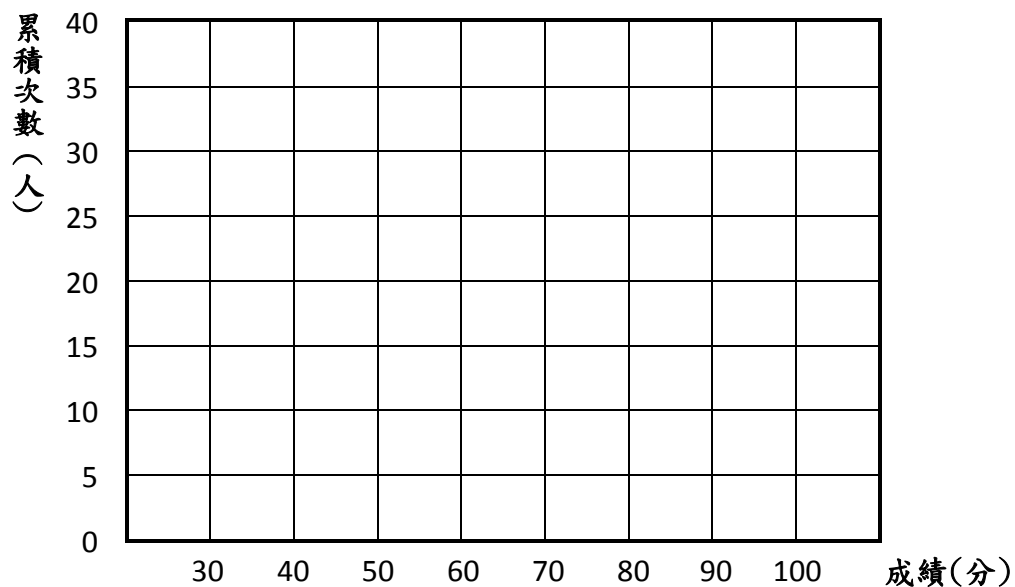
★請先預習課本，了解「累積次數分配表」及其統計圖表的繪製。

1. 請依下表資料完成「累積次數分配表」：

成績(分)	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	合計
次數(人)	2	3	7	12	9	5	2	
累積次數(____)								

★試說明：50~60 的累積次數是多少？是什麼意思呢？

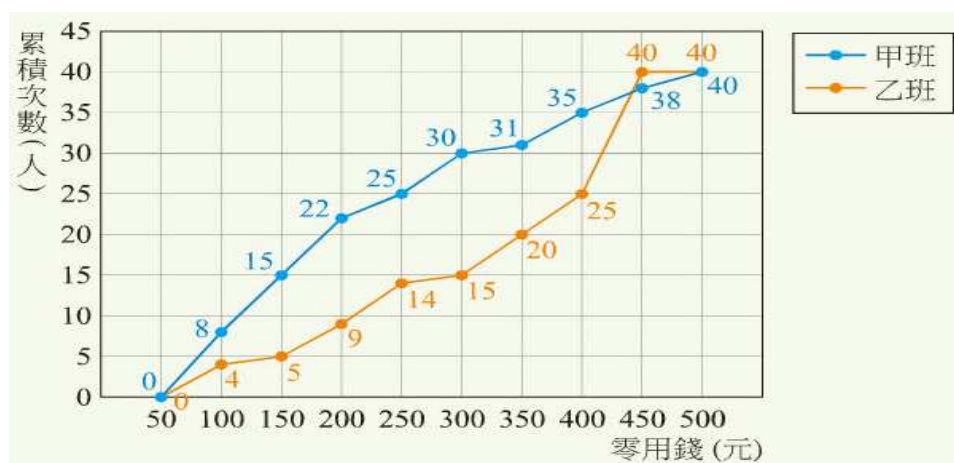
2. 製作上表的「累積次數分配折線圖」：



★試說明：50~60 這一組的點要畫在哪裡？為什麼？

【例題 10】

下圖是新泰國中九年甲、乙兩班學生(每班各有 40 人)每個月零用錢的累積次數分配折線圖，試問：



(1) 哪一班每個月零用錢在 400 元以上(含 400 元)的人數較多？

(2) 每個月零用錢最多的學生在哪一班？

(3) 甲、乙兩班每個月零用錢未滿 250 元的人數相差多少人？

【例題 11】



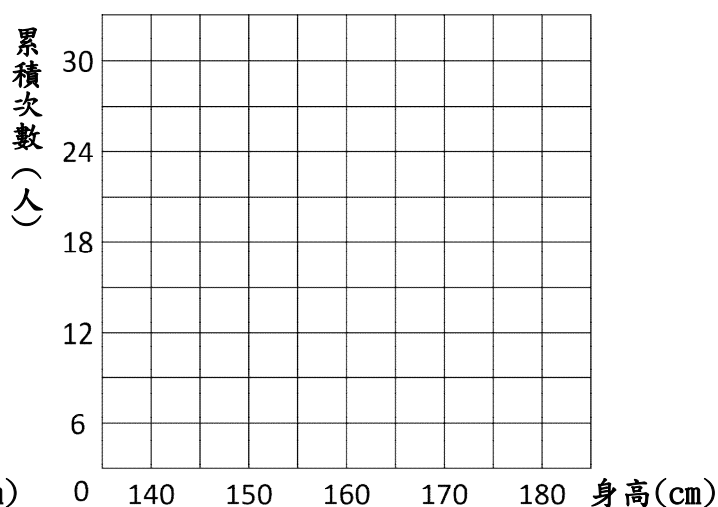
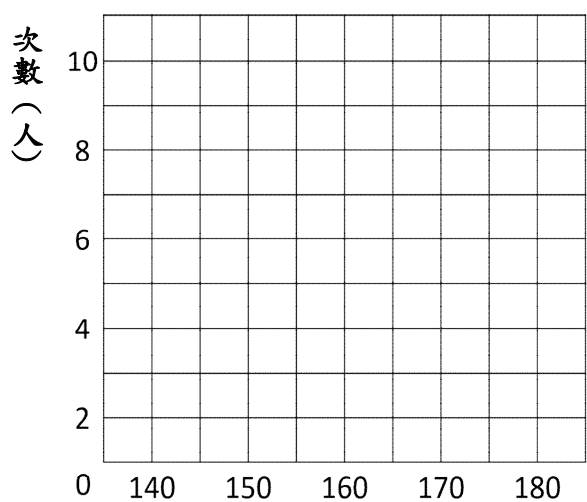
如下表是恩哲班上同學的身高一覽表。

座號	身高	座號	身高	座號	身高
1	145	11	167	21	156
2	154	12	161	22	175
3	169	13	184	23	146
4	153	14	169	24	165
5	169	15	182	25	177
6	158	16	181	26	166
7	155	17	189	27	183
8	174	18	168	28	155
9	175	19	175	29	179
10	162	20	189	30	161

1. 請試以 10 公分為組距，將恩哲班上同學的身高分為 5 組。完成以下次數分配表。

組距(公分)	次數(人)	累積次數(人)
140~150	2	2
150~160	6	8
160~170		
170~180		
180~190	6	

2. 請繪製次數分配折線圖與累積次數折線圖。



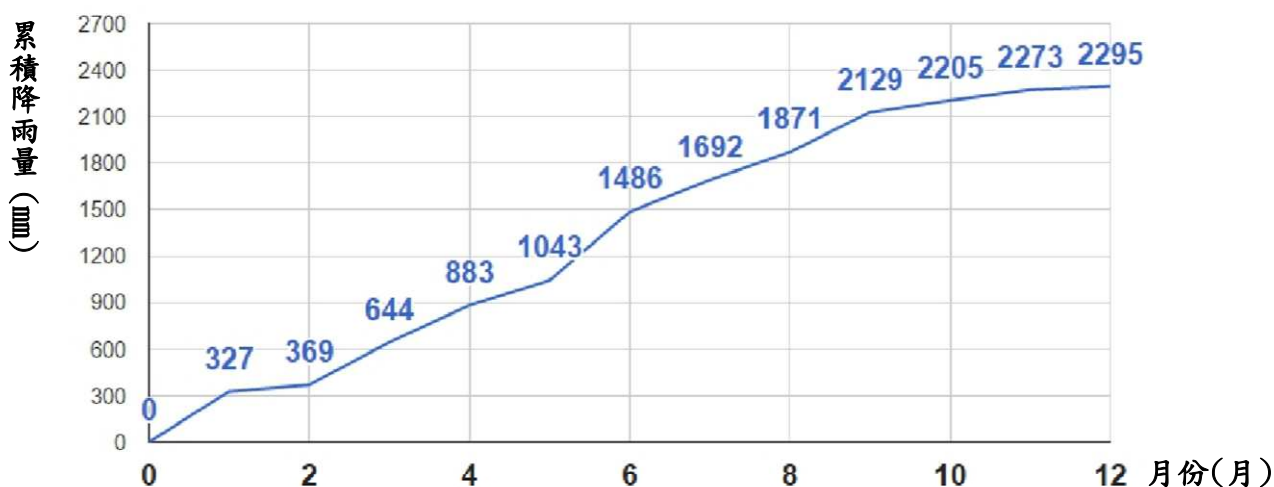
3. 請回答下列是非題：

- (1) _____ 從圖表可知，班上有一半的學生身高不足 160 公分。
- (2) _____ 班上身高最高的不超過 180 公分。
- (3) _____ 班上身高最高與最低相差不超過 50 公分。

【例題 12】



下圖為日月潭 2016 年的月降雨量累積次數分配折線圖：

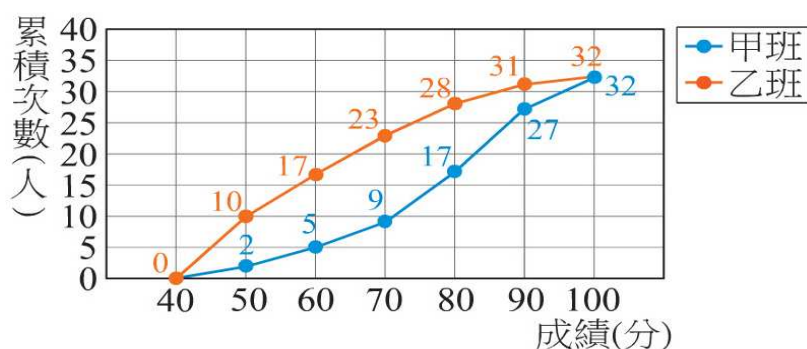


根據圖表，試回答下列問題：

- (1) 日月潭 2016 年前半年的降雨量為_____毫米；年雨量為_____毫米。
- (2) 2016 年日月潭截至 5 月為止的累積降雨量已突破 1000 毫米。
- (3) 2016 年日月潭 12 月的降雨量比 6 月的降雨量多。
- (4) 2016 年日月潭 4 月的月降雨量是 883 毫米。
- (5) 2016 年年底日月潭的月降雨量相對其他月份而言偏低。

【例題 13】

某校科學營甲、乙兩班各有 32 位同學，科學常識測驗成績的累積次數分配折線圖如下圖，試問：



- (1) 哪一班的及格(滿 60 分)人數較多？
- (2) 甲、乙兩班成績未滿 80 分的人數相差多少人？

E.【累積相對次數】【P. 】

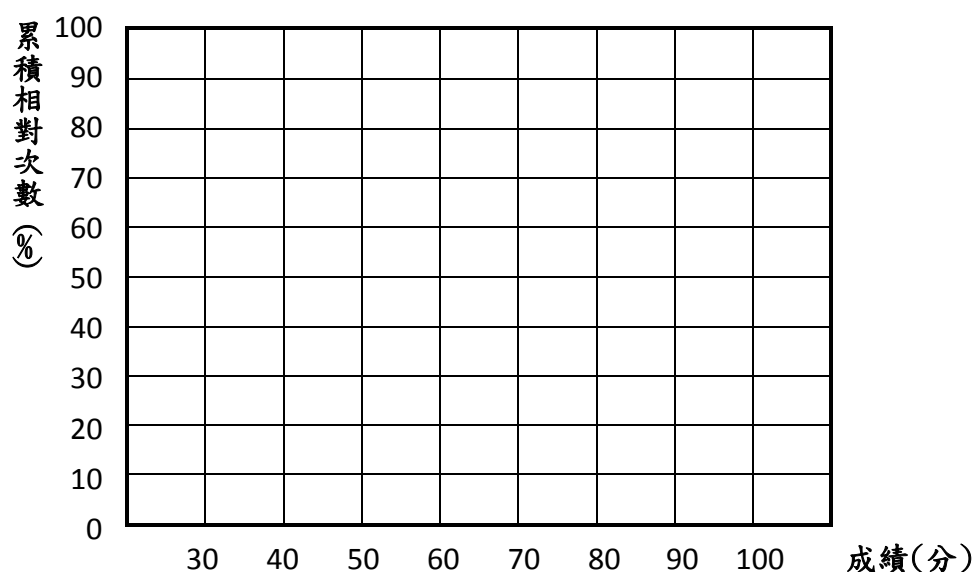
★請先預習課本，了解「累積相對次數分配表」及其統計圖表的繪製。

1. 請依下表資料完成「累積相對次數分配表」：

成績(分)	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	合計
次數(人)	2	3	7	12	9	5	2	
累積次數(____)								
相對次數(____)								
累積相對次數(____)								

★試說明：50~60 的累積相對次數是什麼意思呢？

2. 製作上表的「累積相對次數分配折線圖」：



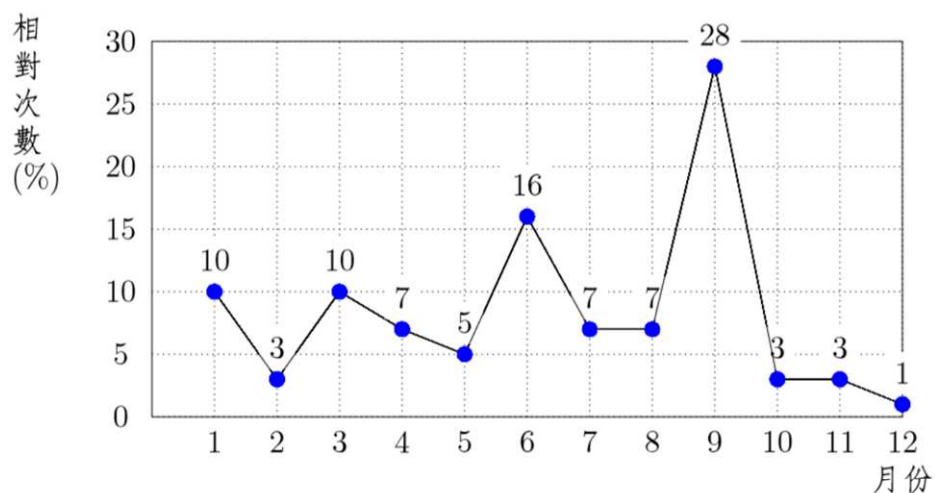
★試說明：

- (1) 成績不及格(未滿 60 分)者占全班人數的百分比是多少？
- (2) 成績在 80 分以上(含 80 分)者占全班人數的百分比是多少？

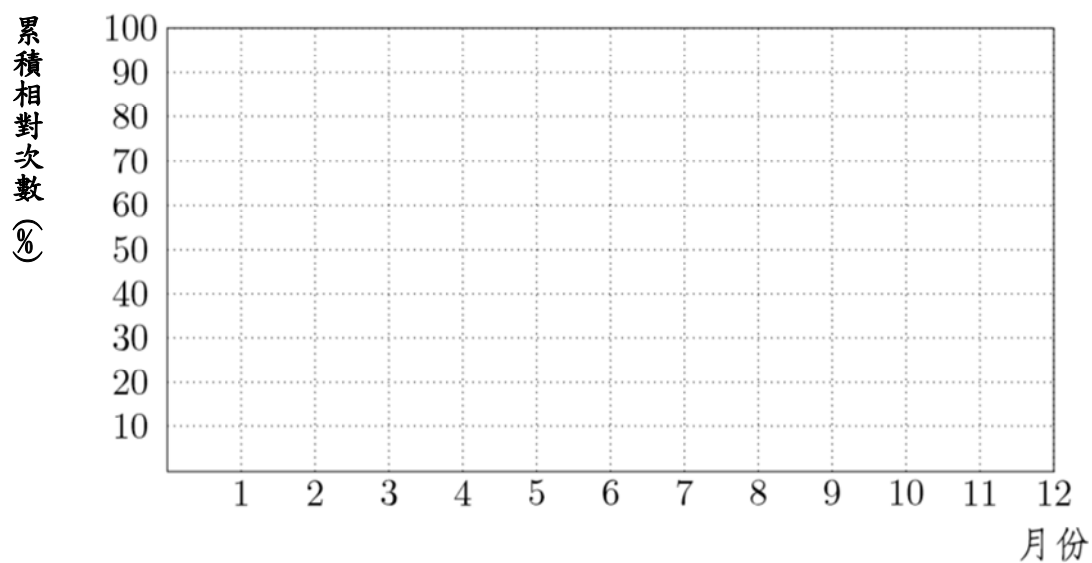
【例題 14】



如下表是 2016 年阿里山的月降雨量相對次數分配折線圖。



1. 請將上圖繪製成累積相對次數分配折線圖：



2. 請回答以下是非題：

- (1) _____ 六月是阿里山在 2016 年最多雨的月份。
- (2) _____ 截至六月底為止，阿里山的累積降雨量已超過年雨量的一半。

B6-3-2 資料分析



1.資料的集中量

A.【算術平均數---未分組資料】【P. 】

問題 1：平均分數 70 分是什麼意思？平均體重 60 公斤是什麼意思？

問題 2：算術平均數如何計算？

【舉例 1】以下是紅海公司五位員工的年薪（一年的薪水）資料

姓名	台名	城五	伯嫌	恐流	敏好
年薪（萬元）	2250	50	60	100	40

請問：紅海公司員工的平均年薪是_____萬元？

【舉例 2】以下是藍海公司五位員工的年薪（一年的薪水）資料

姓名	子魚	子貢	子淵	子有	子路
年薪（萬元）	500	700	300	400	600

請問：藍海公司員工的平均年薪是_____萬元？

（1）你比較想去哪一間公司？為什麼？

（2）在生活中常常看到平均數，平均數真的這麼好用嗎？你覺得平均數有沒有缺點呢？

【例題 1】



甲班和乙班比較哪班的男生比較高，其各自班級的男生身高如下表：

甲班有 14 個男生、乙班有 16 個男生。

座號	身高	座號	身高
甲 01	175	甲 08	177
甲 02	174	甲 09	181
甲 03	169	甲 10	184
甲 04	173	甲 11	179
甲 05	169	甲 12	182
甲 06	188	甲 13	181
甲 07	185	甲 14	189

座號	身高	座號	身高
乙 01	185	乙 09	167
乙 02	174	乙 10	161
乙 03	169	乙 11	174
乙 04	163	乙 12	179
乙 05	169	乙 13	182
乙 06	178	乙 14	171
乙 07	185	乙 15	169
乙 08	165	乙 16	193

若已知甲班男生的平均身高是 179 公分，而乙班男生的平均身高是 174 公分。試回答下列是非題：

- (1) _____ 甲班男生平均而言比乙班男生要高。
- (2) _____ 甲班最高的男生比乙班最高的男生要高。
- (3) _____ 甲班所有男生都比乙班的任何一個男生要高。
- (4) _____ 甲班男生的身高和比乙班男生的身高和要大。
- (5) _____ 平均數是總和除以個數，透過單一數值代表一個群體的概念。

【例題 2】



小均這次段考的成績如下，欲求小均這次的段考平均：

科目	國文	英文	數學	自然	社會	平均
成績	75	81	90	78	81	?
以 80 分為基準	-5	+1	+10	-2	+1	?

由 80 分為基準來看，每科與 80 分的差值為 -5、+1、+10、-2、+1，差值平均為_____

因此段考平均分數為_____

【例題 3】



下表是崇恩今天每一餐的食物以及其對應的熱量：

	項目	熱量(大卡)
早餐	起司三明治	200
午餐	滷肉飯	440
點心	水煎包	260
晚餐	牛肉飯	460
宵夜	烤地瓜	140

崇恩今天共吃了五餐，經計算後我們可以知道崇恩平均一餐吃進_____大卡的熱量。

如果只看早、午、晚餐，則崇恩平均一餐吃進_____大卡的熱量。(四捨五入至整數位)

B.【算術平均數---已分組資料】【P. 】

1. 已知陳先生去年 1~6 月資源回收的收入如下表，試問：

月分(月)	1~4	5~6
每月平均收入(元)	3600	3900

(1)六個月的總收入為多少元？

(2)六個月的平均收入為多少元？

2. 下表為 30 位學生參加英語競試的成績次數分配表，試問這 30 位參賽學生的平均成績為多少分？

成績(分)	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
次數(人)	10	4	6	8	2

★試說明：表格中沒有提供每位學生實得成績的清況下，該如何計算出平均成績呢？

3. 均均班上有 30 人，數學平均成績為 60 分，均均認為班上及格人數與不及格人數各有 15 人，你同意他的說法嗎？試說明你的原因。

4. 新泰國中 901、902、906 的人數分別是 24 人、27 人與 26 人，期末考三班的數學成績平均分別是 80 分、72 分與 70 分，請問這三個班數學成績平均是多少分？

恩哲說：三個班的總平均 = 把三個平均數加起來除以 3 $\Rightarrow \frac{(80+72+70)}{3} = 74$

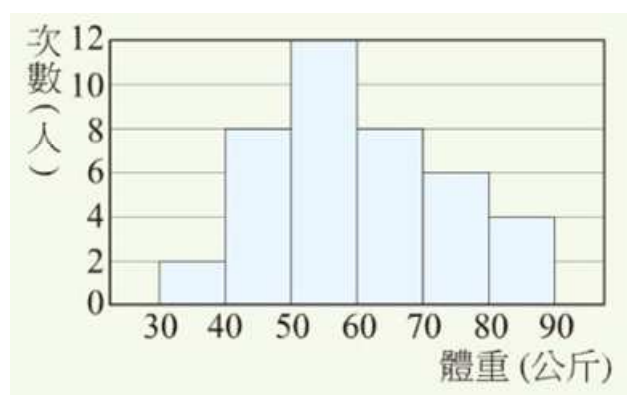
你覺得恩哲的算法正確嗎？

C.【由統計圖表求算術平均數】【P. 】

1. 右圖為九年 1 班學生的體重次數分配直方圖，則：

(1) 全班共多少人？

(2) 全班學生的平均體重為多少公斤？



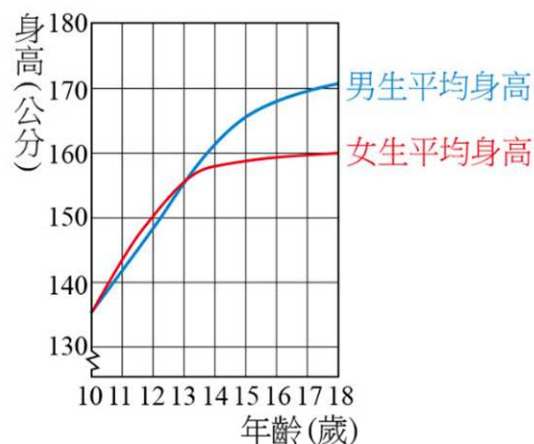
2. 下圖顯示 2012 年台灣青少年男、女生的平均身高。

(1) 2012 年 18 歲女生的平均身高為 160 公分，比 2010 年多 2.3 公分。在 2010 年 18 歲女生的平均

身高為_____公分

(2) 女生的平均身高在幾歲時較同年齡男生高？

(A) 10~13 歲 (B) 12~14 歲 (C) 13~15 歲 (D) 14~18 歲



D. 【中位數---未分組資料】【P. 】

1. 中位數的意義：將 n 筆資料由小到大依序排列，

(1) 若 n 是奇數，則中位數是：_____

(2) 若 n 是偶數，則中位數是：_____

2. 以下兩行數列甲、乙兩間學校開學第一周每天出入保健室的學生人數：

甲： 11、9、13、15、7 乙： 2、1、1、1、50

(1) 甲的平均數=_____，乙的平均數=_____

(2) 甲的中位數=_____，乙的中位數=_____

★試說明：算術平均數的缺點？

【結論】中位數比平均數更（容易 / 不容易）受到極端值的影響。

【例題 4】

(1) 鐵馬自行車隊有 15 位隊員，其體重(單位：公斤)分別為

62、80、74、75、74、81、67、82、83、70、64、84、74、63、72

試求這 15 位隊員體重的中位數。

(2) 承(1)，已知體重 67 公斤、70 公斤、72 公斤的隊員退出，試求剩下 12 位隊員體重的中位數。

【例題 5】

觀察以下兩行數列，回答下列是非題：

甲) 6、6、7、3、20、18、19、7、2、3、15

乙) 16、34、28、99、50、67、0、0、0、0



(1) _____ 數列甲的中位數 7。

(2) _____ 如果我們將數列乙中的最大值是 99 替換為 9999，可能大幅影響中位數的結果。

(3) _____ 數列乙的中位數是數列乙 10 個數中的其中之一。

(4) _____ 奇數個數字的數列中，其中位數一定是數列中的數。

(5) _____ 一個整數的數列，其中位數有可能不是整數。

E.【中位數---已分組資料】【P. 】

【例題 6】

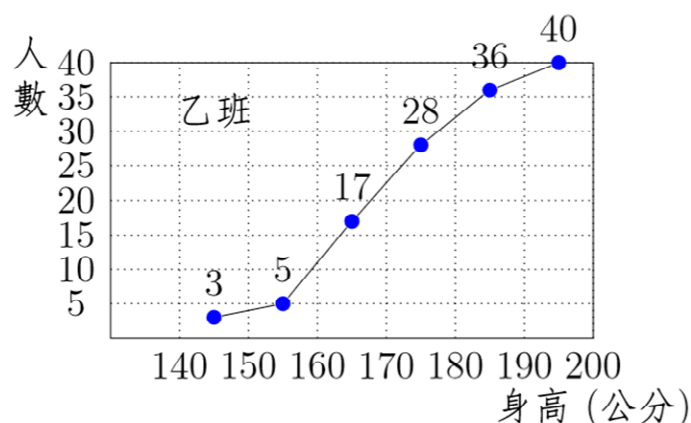
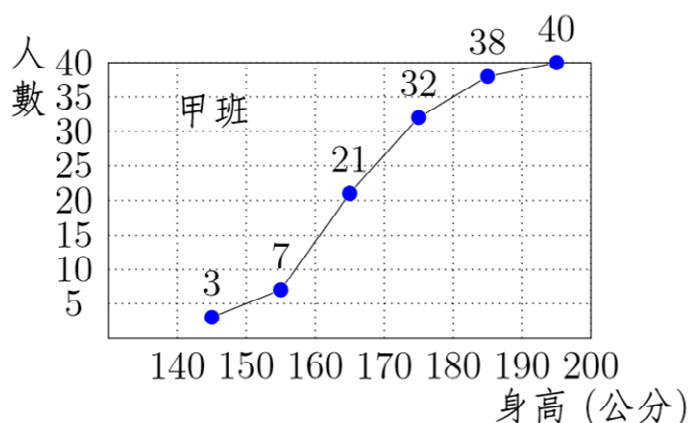
新泰公司有 59 位員工，員工每月薪資的次數分配表如下，試求這 59 位員工每月薪資的中位數。

薪資(元)	29000	33500	36800	41000	46000	121000
次數(人)	10	7	15	13	8	6

F.【由統計圖表求中位數】【P. 】



【例題 7】下表為甲乙兩班身高的累積次數分配折線圖：



請回答以下是非題：

- (1) _____ 欲求甲乙兩班的中位數，即找到圖中累積次數第 20 和第 21 的人所在區間。
- (2) _____ 甲班身高的中位數比乙班身高的中位數大。
- (3) _____ 藉由中位數，我們可以說兩班的身高排名中，乙班的正中間名次比甲班的高。

G.【眾數】【P. 】

1. 901 班的 10 位同學參加的社團如下：

管樂、童軍、童軍、籃球、管樂、籃球、童軍、管樂、童軍、童軍

(1) 這 10 位同學中哪一個社團參加的人最多？

(2)

社團名稱	管樂	童軍	籃球
參加人數	3	5	2

參加人數最多的類別（社團）在數學上稱為_____

(3) 請問這 10 位同學參加社團的眾數是_____

南一眾數



2. 請掃描右圖 QR CODE，看完影片後回答下列問題

(1) 飲料店各產品的銷售量如下，請問哪一種產品最暢銷？

商品名稱	珍珠奶茶	綠茶	烏龍茶	菊花茶	檸檬茶	綠茶多多
銷售量(杯)	110	50	37	30	15	110

(2) 第 (1) 小題中的眾數是_____

(3) 一組資料只會有一個眾數嗎？



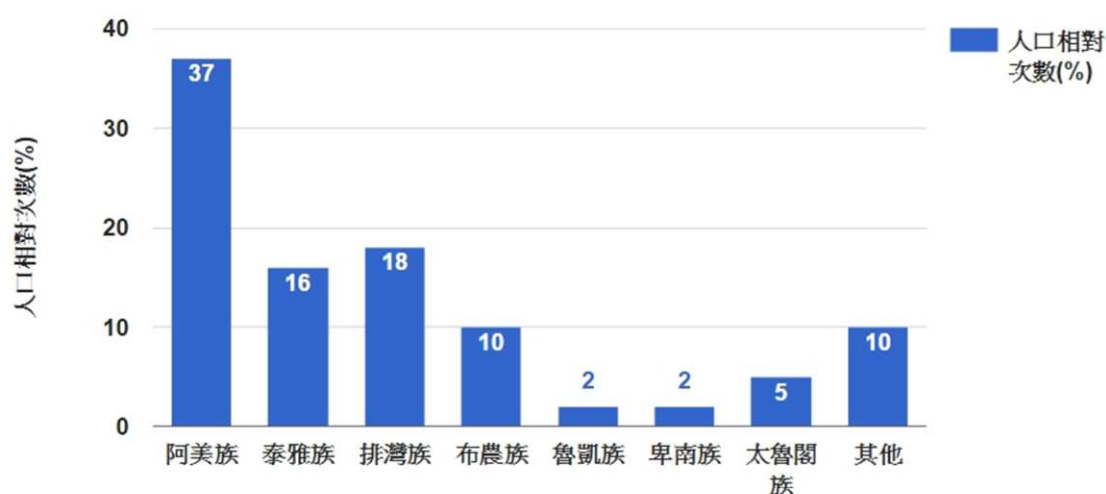
【例題 8】下表是台北市其中七種行道樹與各自的數量：

樹種	九芎	大王椰子	小葉欖仁	台灣樂樹	白千層	菩提樹	羅漢松
數量	237	1779	2477	6798	5703	1821	165

根據上表，請回答下列是非題：

- (1) _____ 上述七種行道樹的眾數是台灣樂樹。
- (2) _____ 市政府打算推行社區綠化，每個鄰里上表七種樹都各種一株，則眾數可能因此改變。
- (3) _____ 已知台北市行道樹中數量最多的樹種是榕樹，共有 13875 棵，若將台北市的樹種條列成表，榕樹會是眾數。

【例題 9】下圖為 2010 年台灣原住民各族的人口相對次數分配長條圖：



根據圖表，請回答以下是非題：

- (1) _____ 僅透過相對次數的百分比無法得到眾數。
- (2) _____ 原住民人口的眾數是阿美族。
- (3) _____ 此圖因為無法排序，所以不存在中位數。
- (4) _____ 相對次數表示不同組間的相對比例關係，因此尚無法從此圖得到原住民的平均人口數。

2.資料的位置分布

A.【觀念-百分位數】

問題 1.什麼是百分位數?

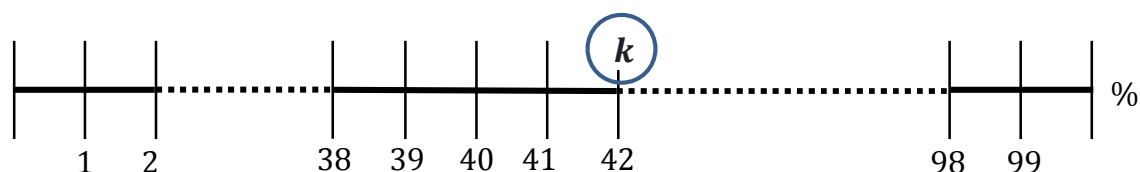
將一筆資料分成_____個格子(等級)，找到它的相對位置的數值就是百分位數

如果將全部的資料切分成 100 個格子(等級)，就會有 99 個等分點

如下圖，我們將這些等分點上的數字稱為「百分位數」

而第 m 個等分點上的數字就稱為「第 m 百分位數」以 P_m 表示

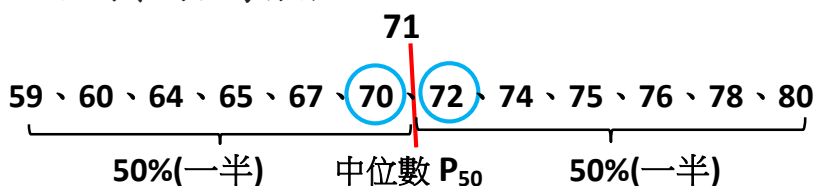
如第 42 個等分點上的數字就是「第 42 百分位數」的值 $\Rightarrow P_{42} = k$



問題 2.百分位數的意義

舉例:中位數是第 50 個等分點，等分點上的數值稱為「第 50 百分位數」，以 P_{50} 表示
代表以 P_{50} 做切分, 前面至少佔 50%，後面至少佔 50%

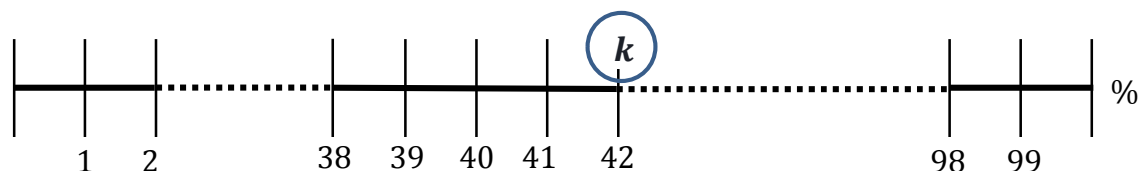
1. 如圖:12 位同學的段考分數



(1) 未滿 71 分的學生佔_____%，也就是未滿 71 分有_____位學生

(2) 71 分以上的學生佔_____%，也就是 71 分以上有_____位學生

2. 如第 42 個等分點上的數字就是「第 42 百分位數」的值 $\Rightarrow P_{42} = k$



表示第 42 百分位數 P_{42} 至少勝過（贏過）_____ % 的人

2. 如右圖，假設有 100 人， $P_{80}=70$ 分

(1) $P_{80}=70$ 稱為「第_____百分位數」是_____分

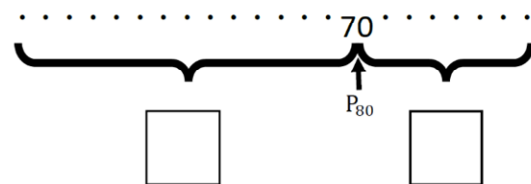
(2) 表示以 $P_{80}=70$ 做切分，

未滿 70 分至少佔_____ % ； 70 分以上至少佔_____ %

(3) 70 分是一個門檻分數，如果你考 70 分，

表示你贏過_____ % 的人，相當等於_____ 人，

表示你輸了_____ % 的人，相當等於_____ 人



問題 3. 如何找到百分位數?



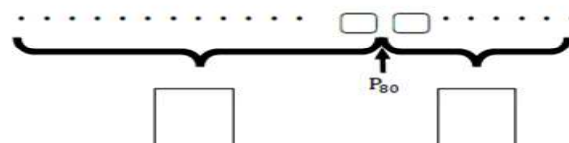
【例 10】百分位數

下表為全校 300 位同學，數學周考成績，

成績	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
人數	5	8	17	20	29	41	55	45	35	30	15
累積											

依學校規定，分數大於或等於第 80 百分位數可以獲得小獎品

1. 求 $P_{80} = ?$



2. 請問有多少人可以領獎?_____

幾分可以領獎?_____

$300 \times 80\%$

$300 \times 20\%$

3. 請問給予哪一個統計圖表較容易找到百分位數呢?

☐ 次數分配表 ☐ 累積相對次數分配表

[想一想] 成績要考幾分算是排名前 20% 的學生?

【例 11】百分位數(累積相對折線圖)

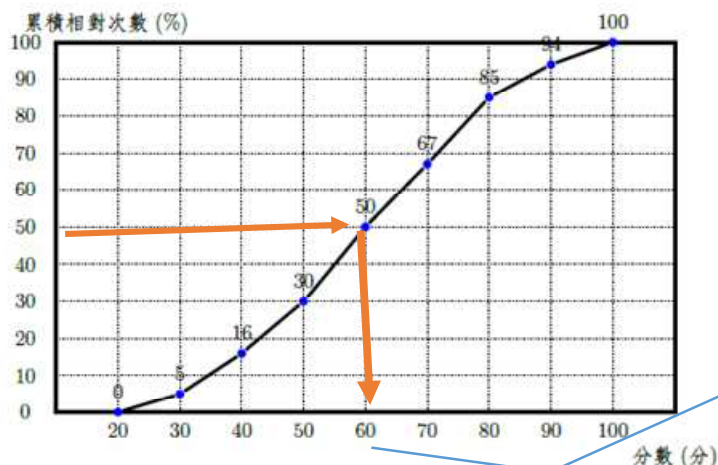
下表為快樂國中數學資優大挑戰的成績累積相對次數分配折線圖

已知全年級有 300 人，則

(A)成績的第 50 百分位數是_____分

(B) 80 分是第_____分

(C)若大寶的成績是 50 分，成績比大寶低的學生有百分之 _____% 100 分。



60分的累積相對人數為50%，
代表大約有50%的同學少於60分，
也可以說第50百分位數 $P_{50} = 60$ (分)。

B.【觀念-四分位數】請掃描右圖 QR CODE, 看完影片後回答下列問題

問題 1·什麼是四分位數?

將一筆資料分成_____等分, 去找到它的相對位置的值



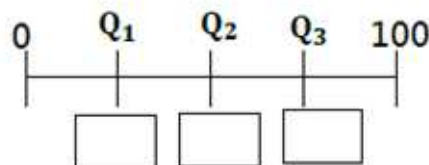
問題 2 :四分位數和百分位數的關係

P_{25} 稱為第_____四分位數, 簡記為_____

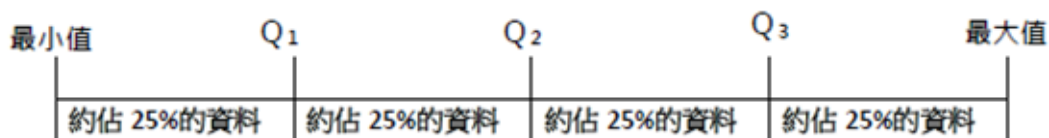
P_{50} 稱為第_____四分位數, 簡記為_____

P_{75} 稱為第_____四分位數, 簡記為_____

P_{75} 稱為第_____四分位數, 簡記為_____



問題 3:某區段長度較寬，代表著什麼意義? ☐ 人數較多 ☐ 資料較分散



C.【觀念-全距】請掃描右圖 QR CODE，看完影片後回答下列



問題 1.什麼是全距?

全距 = _____

【例 12】歌喉讚歌唱比賽中，國語組與臺語組參賽者年齡介別如下表

國語組	15	17	18	19	19	19	20	21	21	22	23
臺語組	5	7	8	9	10	11	12	15	24	45	65

(A)國語組的全距= _____ - 15 = _____ .

(B)臺語組的全距= _____ = _____

(C)哪一組的參賽者年齡差異較大?

問題 2.全距的意義?

代表一群資料的離散情形

(1)全距愈大表示這群資料愈 _____

(2)全距越小，表示這群資料越 _____



國語組全距是 8
臺語組的全距是 60，差距很大
所以應該台語組的資料比較分散？

問題 3.用全距來描述一群資料的分散程度，好嗎？

D.【觀念-四分位距】請掃描右圖 QR CODE，看完影片後回答下列問題



問題 1.什麼是四分位距?

四分位距 = _____

【例 13】四分位距

東東國中籃球校隊有 18 名球員，其身高(單位：公分) 分別如下：

163	168	172	178	179	180	181	182
182	182	183	183	184	185	187	190

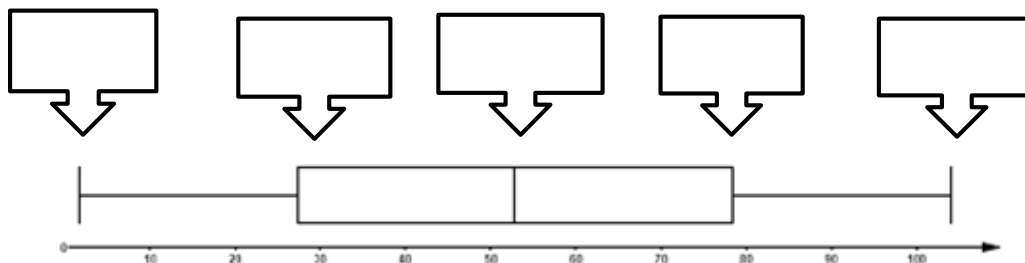
試求此球隊隊員身高的 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 及四分位距：

問題 2:四分位距比較大表示什麼？

E.【觀念-盒狀圖】請掃描右圖 QR CODE，看完影片後回答下列問題

南一盒狀圖

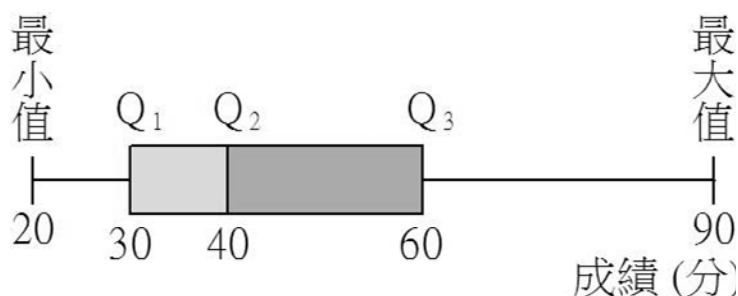
問題 1:盒狀圖的五個分割點分別代表什麼？



問題 2:盒狀圖如何解讀？

根據右圖，回答下列問題：

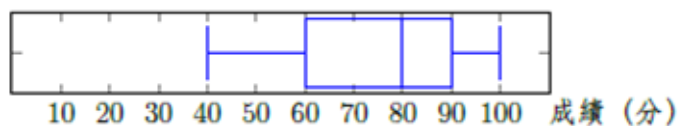
- (1) 全班成績都在 20 到 90 分嗎？有沒有同學的成績超過 90 分？有沒有同學的成績是 20 分？



- (2) 20 到 30 分、30 到 40 分、40 到 60 分與 60 到 90 分這四部分的資料各占全部資料的幾分之幾？你覺得哪一部分的資料可能較分散？

【例 14】盒狀圖（盒鬚圖）

下圖為3年9 班音樂才藝成績的盒狀圖，請回答下列問題。



(A)3年9 班有音樂才藝成績低於40 分的人嗎？

因為最低分是40 分，所以_____低於40 分的人。

(B)成績在60 至90 分大約占全班人數的百分比是多少？

∴成績的第1四分位數(25%)是_____分，成績的第3四分位數(75%)是_____分，

∴成績在60 至90 分大約占全班人數的 $75\% - 25\% =$ _____

(C) 成績在60 分以下大約占全班人數的百分比是多少？

∴成績的第1四分位數(25%)是_____分

∴成績在60 分以下大約占全班人數的 $25\% - 0\% =$ _____。

[問題討論]

1. 全距=_____公分，四分位距=_____公分

2. 60~80 分和 80~90 分這兩組人數是否相同?_____， 每組的人數約占_____%

3. 60~80 分這組比 80~90 分這組寬，代表什麼意思？☐人數較多☐資料分散程度較大

4. Q_2 代表_____數，表示至少有_____人未滿 80 分

5. 崇恩考 90 分，表示他至少贏過_____%的人

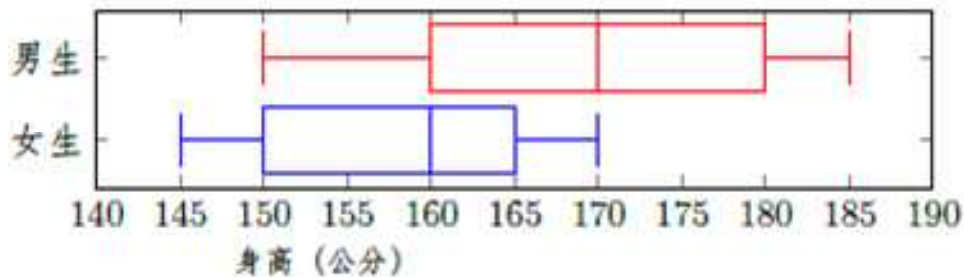
6. 假設班上有 24 人，恩哲考 88 分，請問恩哲的數學排名大約是多少？

☐1~6 名 ☐7~12 名 ☐13~18 名 ☐19~24 名 ☐其他_____

7. 程展說：若有兩班數學成績的盒狀圖完全相同，且人數相同，代表兩班的全距、中位數、四分位距、算術平均數都相同，你認為對嗎？

【例 15】多個盒狀圖的比較：身高

三年愛班男、女生各有20 人，下圖為三年愛班男、女生身高的盒狀圖，請回答下列問題。



(A)男生身高的中位數與女生身高的中位數相差多少公分？

由圖可知，男生身高的中位數是_____公分，女生身高的中位數是_____公分，
因此中位數相差=_____。

(B)請問男、女生身高的全距相差多少公分？

男生身高全距是_____公分，女生身高全距是_____公分。
男生全距較大，相差_____公分。

(C) 請問男、女生身高的四分位距相差多少公分？

男生身高四分位距是_____公分，女生身高四分位距是_____公分，
男生四分位距較大，相差_____公分。

(D) 請問男、女生身高何者較分散？

因為男生全距較大，且四分位距也較大。所以_____身高較分散，資料較集中。

【概念達標】統計集中量 完成課本 P135 ~P152 隨堂、自評 3~6 、習作 3-2

【後測】3-2 資料分析 ☐通過 ☐待加強



B6-3-3 機率



1.認識機率

A.【觀念-生活中的不確定性 Uncertainty】看完影片後回答下列問題

1. 舉例

2. 降雨機率 80%的意義

B.【觀念-必然事件與不可能事件】



[問題討論]

1. 有沒有什麼事情「一定會」發生？請舉例說明

2. 有沒有什麼事情「一定不會」發生？請舉例說明

機率: 我們用一個數值來表示一件事發生的可能性，這個數值稱為該事件發生的機率

我們用機率_____來記錄，其中機率範圍為_____

對於不可能發生的事情，其機率為_____，一定會發生的事情，其機率為_____

C.【探索活動-擲一枚硬幣 (課本 P.159)】

投擲一枚公正的硬幣很多次，出現正面的相對次數（比例）會接近_____，

出現反面的相對次數（比例）也會接近_____



機率的定義：

1. 一個實驗的結果一共有 n 種，且每種結果發生的機會都相等，

則我們稱每種發生的機率是_____

2. 一個實驗的結果一共有 n 種，且每種結果發生的機會都相等，

某事件包含 m 種可能的結果，則該事件的機率是_____

問題 4:投擲一公正硬幣的機率?

(1)擲一公正硬幣出現正面的機率為_____

(2)擲一公正硬幣出現反面的機率為_____



[問題與討論]

下列敘述正確打「0」，錯誤的打「x」。

_____ (1)投擲2次恰好會有一次為正面

_____ (2)投擲10次恰好會有5次為反面。

_____ (3)有可能投擲10次，每次都為正面

_____ (4)當試驗的次數夠多時，則出現正面的次數與所有投擲次數的比值，會接近於 $\frac{1}{2}$

_____ (5)若出現10000次正面，則下次出現反面的機率會變大

_____ (6)若投擲10000次，則出現反面的次數會接近5000次

_____ (7)正面朝上及反面朝上的機率和為1，由此可知不會出現第三種試驗結果

D.【觀念-認識公平公正】

1. 進行班級摸彩時，我們希望這是一個「公平」的抽籤，你認為什麼是公平？

(1) 每個人一支籤，芊惠作 2 支籤，這樣進行抽籤公平嗎？ ☐ 公平 ☐ 不公平

(2) 每個人都一支籤，立璇的籤特別大，這樣進行抽籤公平嗎？ ☐ 公平 ☐ 不公平

2. 婉柔投擲一枚圖釘，針尖朝上和針尖朝下的機率一樣嗎？

3. 每年新春時，各家廟宇舉辦擲筊比賽，連續擲出最多聖杯的人可以開走百萬名車，

假設柔羽參加比賽連續擲出 12 個聖杯，請問當他進行第 13 次擲筊時

(1) 還有擲出聖杯的可能嗎？ ☐ 有 ☐ 沒有

(2) 擲出聖杯的機率會變大嗎？ ☐ 變大 ☐ 變小 ☐ 不變

4. 姝君擲一顆公平的銅板，第一次出現正面，請問下一次擲銅板

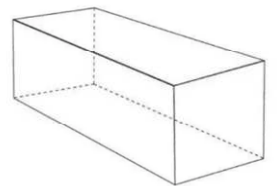
(1) 可能擲出正面嗎？ ☐ 可能 ☐ 不可能

(2) 擲出正面的機率會是多少？

[問題與討論]

1. 投擲一顆公正的骰子，出現 4 點的機率為_____，每擲 6 次一定出現一次 4 點嗎？

2. 如圖一個長方體積木共有 6 面，今投擲此積木，則每一面朝上的機率是 $\frac{1}{6}$ 嗎？



3. 袋中有籃球、桌球、溜溜球各一個，則抽出籃球的機率是 $\frac{1}{3}$ 嗎？

4. 甲、乙兩支職棒隊比賽，甲隊獲勝的機率是 $\frac{1}{2}$ 嗎？

【例1】機率概念判斷

請判斷以下敘述是否正確



- (A) _____ 統一發票對獎，有中獎、與不中獎兩者情形，所以中獎機率是 $\frac{1}{2}$
- (B) _____ 是非題猜中的機率是 $\frac{1}{2}$ ，若小均猜了 10 題是非題，則他會猜中 5 題。
- (C) _____ 甲、乙兩人猜拳，甲獲勝的機會是 $\frac{1}{3}$
- (D) _____ 丟一顆骰子出現 1 點的機率是 $\frac{1}{6}$ ，表示丟六次中至少會出現 一次 1 點。

【例2】擲骰子的機率問題

投擲一公正骰子，請填入正確的機率：



- (A) 骰出3點的機率為 _____
- (B) 骰出正整數點的機率為 _____
- (C) 骰出7點的機率為 _____
- (D) 骰出奇數點的機率為 _____

【例3】抽籤的機率問題

籤筒中有25支籤，上面標示1到25號，若從籤筒中抽出一支籤，每一支籤被抽中的機率都相等，請填入下列各事件的機率



- (A) 抽到2的倍數的機率為 _____
- (B) 抽到5的倍數的機率為 _____
- (C) 抽到合數的機率為 _____
- (D) 抽到質數的機率為 _____

【例4】撲克牌的機率問題

有一副完整的撲克牌52張牌，請寫出以下事件發生的機率：

(A)要抽到黑桃花色的機率為_____

(B)要抽到點數為7的機率為_____

(C)要抽到黑桃7的機率為_____



E.【觀念-組合事件的機率】

連續投擲一枚公正硬幣兩次，和投擲兩枚公正硬幣 1 次出現的結果一樣嗎？

[問題與討論]

一枚公正的硬幣連擲兩次，

(1) 兩次都出現正面的機率為_____

(2) 兩次都出現反面的機率為_____

(3) 第一次出現正面，第二次出現反面的機率為_____

(4) 第一次出現反面，第二次出現正面的機率為_____

【概念達標】事件的機率 完成課本P161 ~P166隨堂練習、自評1~3

3.樹狀圖



A【觀念-二階樹狀圖】請掃描右圖 QR CODE，看完影片後回答下列問題

【例5】樹狀圖求機率:兩次銅板

小均丟擲銅板兩次，會出現哪些結果呢？請用樹狀圖分析並寫出正確答案

任務一：請用樹狀圖分析丟擲銅板的過程

任務二：從以上的樹狀圖，對於丟銅板的結果請用數對表示

任務三：假設這幾種情況都相等，則

(1)兩次正面的機率是_____

(2)正反面各出現一次，其機率是_____

【例6】樹狀圖求機率:男女生的機率

假設男孩與女孩出生的機率都相等，在一個有兩個小孩的家庭中，

(1)總共有_____種情況

(1)第二胎為男生的機率為_____

(2)有一胎為一個男生、有一胎為一個女生的機率為_____

(3)第一胎為男生、第二胎為女生的機率為_____

[請畫出樹狀圖]



【例7】樹狀圖求機率:銅板和骰子



小均丟擲一次銅板，再丟一個六面骰子，請畫出樹狀圖做分析

(1)總共有_____種情況，若每個發生的機率都相等，其機率為_____

(2)出現銅板正面且骰子是偶數點的機率為_____

【例8】樹狀圖求機率:抽球



一個袋子有三顆相同的球，其上面的標號為1, 2, 3...

小均先取一顆球後，將球放回袋中再取第二顆球。其可能性請用樹狀圖表示如下：

(1)總共_____個情況，且每個發生的機率是相等的，兩次都是1號球的機率為_____

(2)兩次的點數和為4的機率為何_____

(3)兩次的點數和為奇數的機率為_____

【概念達標】事件的機率 完成課本P167 ~P171隨堂練習、自評4~5、習作3-3

【後測】3-3機率 ☐通過 ☐待加強 請完成習作第三章總習題



【延伸應用】神啊！請給我一個聖筊

新聞報導

民間的宗教信仰中，有些人會到廟裡擲筊問神或求籤請神明解答疑惑。



「擲筊」結果怎麼看？

聖筊：呈現一凸、一平，表示「對、好、可以」。

陰筊：呈現凸、凸，表示「不對、不好、不可以」。

笑筊：呈現平、平，表示陳述不清楚無法裁示，可再次向神明請示，接著重新擲筊。

(1) 請問你覺得擲出聖筊的機率是多少？

影片說明



(2) 你覺得杯筊的平面或是凸面出現的機率相同嗎？

文章解說



(3) 擲筊小遊戲



康軒影音解題



洋蔥數學，45 分鐘課堂濃縮成 5 分鐘動畫，讓你愛上數學



洋葱数学



App Store 首页推荐

App Store 精选教育应用

金米奖 精选推荐

關於洋葱數學

洋葱數學相關報導		洋葱數學手機平板下載 APP	
親子天下報導	均一報導	Android 安卓版	IOS 版
			

我的帳號：_____

密碼：_____